



ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH

Lata 2010–**2024**

Poziom podstawowy

1130 zadań

Centralnej Komisji Egzaminacyjnej
z rozwiązaniami

MATEMATYKA



Opracował Ryszard Pagacz

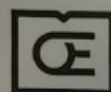


ZBIÓR ZADAŃ MATURALNYCH

Lata 2010–**2024**
Poziom podstawowy

1130 zadań
Centralnej Komisji Egzaminacyjnej
z rozwiązaniami

Opracował Ryszard Pagacz



OFICyna
EDUKACYJNA
KRZYSZTOF PAZORO

Projekt okładki i strony tytułowej
Bożena Sawicka

Skład i łamanie

[A|P] Artepagina.com – Wojciech Prusakiewicz

Redaktor
Tomasz Szwed

© Copyright by Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro Sp. z o.o.
Warszawa 2024 r.

Druk i oprawa
Druk-Serwis Sp. z o.o.
ul. Tysiąclecia 8b, 06-400 Ciechanów

Wydrukowano na papierze *UPM* 65 g
www.antalisp.pl

Wydanie IX. Warszawa 2024 r.

Oficyna Edukacyjna * Krzysztof Pazdro Sp. z o.o.
ul. Kościańska 4, 01-695 Warszawa
www.pazdro.com.pl
pazdro@pazdro.com.pl

ISBN 978-83-7594-266-8

Spis treści

Wstęp	4
1. Liczby. Potęgi	5
2. Logarytmy	11
3. Procenty	16
4. Wartość bezwzględna	20
5. Równania. Nierówności	25
6. Funkcja liniowa	38
7. Równanie prostej	44
8. Układ równań liniowych	53
9. Funkcja kwadratowa	58
10. Wielomiany i wyrażenia algebraiczne	76
11. Funkcje. Wykresy	82
12. Ciągi	97
13. Trygonometria	110
14. Planimetria	119
15. Stereometria	148
16. Geometria analityczna	172
17. Statystyka	182
18. Kombinatoryka	190
19. Rachunek prawdopodobieństwa	194
20. Dowody (algebra)	202
21. Dowody (geometria)	206
Aneks	215

zadania

1. Liczby. Potęgi	223
2. Logarytmy	226
3. Procenty	228
4. Wartość bezwzględna	230
5. Równania. Nierówności	231
6. Funkcja liniowa	237
7. Równanie prostej	239
8. Układ równań liniowych	241
9. Funkcja kwadratowa	243
10. Wielomiany i wyrażenia algebraiczne	248
11. Funkcje. Wykresy	250
12. Ciągi	253
13. Trygonometria	260
14. Planimetria	264
15. Stereometria	277
16. Geometria analityczna	290
17. Statystyka	300
18. Kombinatoryka	303
19. Rachunek prawdopodobieństwa	306
20. Dowody (algebra)	312
21. Dowody (geometria)	317
Odpowiedzi do zadań zaprezentowanych w Aneksie	323

rozwiązania

Wstęp

Od roku 2010 matematyka na poziomie podstawowym jest zdawana na maturze jako przedmiot obowiązkowy. Od tej pory upłynęło już 14 lat. Jest to wystarczający czas, by na podstawie przeglądu arkuszy maturalnych zorientować się, jakiego typu zadań i o jakiej skali trudności może spodziewać się na egzaminie przyszły maturzysta.

W tym zbiorze zebrałem zadania z lat 2010–2024, które występowały w arkuszach maturalnych CKE na poziomie podstawowym. Zadania zostały jednak podzielone i uporządkowane według rozdziałów występujących w typowym programie nauczania matematyki w szkole. Obok numeru każdego zadania jest wskazówka, z arkusza której matury dane zadanie pochodzi (miesiąc, rok, nr zadania i liczba punktów). Do wszystkich zadań podałem szkice rozwiązań, również do zadań zamkniętych.

Ten zbiór zadań może być świetnym materiałem do samodzielnego przygotowania się do egzaminu. Może również być pomocny nauczycielowi w zaplanowaniu cyklu powtórzeń przygotowujących uczniów do matury.

Lata 2020–2021 przejdą do historii m.in. z powodu COVID-19 i zdalnego nauczania. Sesja maturalna 2020 też była wyjątkowa, ponieważ odbyła się z miesięcznym przesunięciem. Egzaminy maturalne w latach 2021–2022 zostały przeprowadzone na podstawie nieco zmodyfikowanych podstaw programowych. Sesje maturalne 2023–2024 to arkusze w nowej formule, zbudowane dla absolwentów 8-klasowej szkoły podstawowej.

Do zbioru zadań włączono zadania pochodzące z arkuszy maturalnych w terminach dodatkowych (lipiec 2020 i czerwiec 2021–2024), z arkuszy matury poprawkowej (wrzesień 2020 i 2021–2023) oraz z arkuszy diagnostycznych i pokazowych (2014, 2021–2023).

Matura od 2023 to całkiem nowe, niespotykane dotąd typy zadań maturalnych. Wyniki egzaminu okazały się dość wysokie, co nie oznacza, że w 2025 będzie podobnie. W czerwcu 2024 została „odchudzona” podstawa programowa i w związku z tym w 2025 na pewno nie pojawi się kilka zagadnień. Zadania ich dotyczące zostały oznaczone symbolem nożyczek ✂. Wszystkie zadania oznaczone ✂ mogą być rozwiązywane przez przygotowujących się do egzaminu maturalnego z matematyki na poziomie rozszerzonym. Zadania z sesji maturalnych 2023 i 2024 w terminie podstawowym i dodatkowym zostały zapisane na szarym tle.

W załączonym Aneksie można zapoznać się z nowymi typami zadań na bazie arkusza matury dodatkowej 2022. Swego rodzaju „tłumaczenie” wykonał redaktor Tomasz Szwed.

Mam nadzieję, że ten bardzo bogaty materiał pozwoli uczniom skutecznie przygotować się do egzaminu. Niech przyszli zdający nie boją się nowej, na pewno innej matury z matematyki. Starajcie się zrozumieć treści matematyczne. I po prostu ćwiczcie.

Ryszard Pagacz

zadania

1. Liczby. Potęgi

Zadanie 1.1. [matura, maj 2010, zadanie 3. (1 pkt)]

Liczba $\left(\frac{2^{-2} \cdot 3^{-1}}{2^{-1} \cdot 3^{-2}}\right)^0$ jest równa

- A. 1 B. 4 C. 9 D. 36

Zadanie 1.2. [matura, czerwiec 2011, zadanie 2. (1 pkt)]

Potęga $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5}$ (gdzie a i b są różne od zera) jest równa

- A. $-5 \cdot \frac{a}{b}$ B. $\left(\frac{b}{a}\right)^5$ C. $\frac{b^5}{a}$ D. $-\left(\frac{a}{b}\right)^5$

Zadanie 1.3. [matura, maj 2012, zadanie 2. (1 pkt)]

Liczba $\sqrt[3]{(-8)^{-1}} \cdot 16^{\frac{3}{4}}$ jest równa

- A.** -8 **B.** -4 **C.** 2 **D.** 4

Zadanie 1.4. [matura, maj 2012, zadanie 3. (1 pkt)]

Liczba $(3 - \sqrt{2})^2 + 4(2 - \sqrt{2})$ jest równa

- A.** $19 - 10\sqrt{2}$ **B.** $17 - 4\sqrt{2}$ **C.** $15 + 14\sqrt{2}$ **D.** $19 + 6\sqrt{2}$

Zadanie 1.5. [matura, czerwiec 2012, zadanie 1. (1 pkt)]

Ułamek $\frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2}$ jest równy

- A. 1 B. -1 C. $7 + 4\sqrt{5}$ D. $9 + 4\sqrt{5}$

Zadanie 1.6. [matura, maj 2013, zadanie 23. (1 pkt)]

Liczba $\frac{\sqrt{50} - \sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ jest równa

- A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. 4 D. $\sqrt{10} - \sqrt{6}$

Zadanie 1.7. [matura, czerwiec 2013, zadanie 1. (1 pkt)]Liczba $(\sqrt[3]{16} \cdot 4^{-2})^3$ jest równa

- A. 4^4 B. 4^{-4} C. 4^{-8} D. 4^{-12}

Zadanie 1.8. [matura, maj 2014, zadanie 3. (1 pkt)]Wartość wyrażenia $\frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ jest równa

- A. -2 B. $-2\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

Zadanie 1.9. [matura, czerwiec 2014, zadanie 8. (1 pkt)]Liczba $\frac{3^{27} + 3^{26}}{3^{26} + 3^{25}}$ jest równa

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 9

Zadanie 1.10. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 7. (1 pkt)]Połowa sumy $4^{28} + 4^{28} + 4^{28} + 4^{28}$ jest równa

- A. 2^{30} B. 2^{57} C. 2^{63} D. 2^{112}

Zadanie 1.11. [matura, maj 2015, zadanie 4. (1 pkt)]Równość $\frac{m}{5-\sqrt{5}} = \frac{5+\sqrt{5}}{5}$ zachodzi dla

- A. $m = 5$ B. $m = 4$ C. $m = 1$ D. $m = -5$

Zadanie 1.12. [matura, maj 2015, zadanie 3. (1 pkt)]Liczba $2^{\frac{4}{3}} \cdot \sqrt[3]{2^5}$ jest równa

- A. $2^{\frac{20}{3}}$ B. 2 C. $2^{\frac{4}{5}}$ D. 2^3

Zadanie 1.13. [matura, czerwiec 2015, zadanie 1. (1 pkt)]Liczba $2\sqrt{18} - \sqrt{32}$ jest równa

- A. $2^{\frac{3}{2}}$ B. $2^{\frac{1}{2}}$ C. $2^{\frac{1}{2}}$ D. $2^{\frac{3}{2}}$

Zadanie 1.14. [matura, czerwiec 2015, zadanie 2. (1 pkt)]Wartość wyrażenia $\frac{\sqrt[5]{-32} \cdot 2^{-1}}{4} \cdot 2^2$ jest równa

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. -1

Zadanie 1.15. [matura, maj 2016, zadanie 1. (1 pkt)]Dla każdej dodatniej liczby a iloraz $\frac{a^{-2,6}}{a^{1,3}}$ jest równy

- A. $a^{-3,9}$ B. a^{-2} C. $a^{-1,3}$ D. $a^{1,3}$

Zadanie 1.16. [matura, czerwiec 2016, zadanie 1. (1 pkt)]Liczba $\frac{7^6 \cdot 6^7}{42^6}$ jest równa

- A. 42^{36} B. 42^7 C. 6 D. 1

Zadanie 1.17. [matura, czerwiec 2016, zadanie 3. (1 pkt)]Liczba $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ jest równa

- A. $\sqrt[4]{3}$ B. $\sqrt[4]{3}$ C. $\sqrt[3]{3}$ D. $\sqrt{3}$

Zadanie 1.18. [matura, czerwiec 2016, zadanie 4. (1 pkt)]Różnica $50001^2 - 49999^2$ jest równa

- A. 2 000 000 B. 200 000 C. 20 000 D. 4

Zadanie 1.19. [matura, czerwiec 2016, zadanie 15. (1 pkt)]

Słoń waży 5 ton, a waga mrówki jest równa 0,5 grama. Ile razy słoń jest cięższy od mrówki?

- A. 10^6 B. 10^7 C. 10 D. 10^8

Zadanie 1.20. [matura, maj 2017, zadanie 1. (1 pkt)]Liczba $5^8 \cdot 16^{-2}$ jest równa

- A. $\left(\frac{5}{2}\right)^8$ B. $\frac{5}{2}$ C. 10^8 D. 10

Zadanie 1.21. [matura, maj 2017, zadanie 2. (1 pkt)]Liczba $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$ jest równa

- A. $\sqrt[3]{52}$ B. 3 C. $2\sqrt[3]{2}$ D. 2

Zadanie 1.22. [matura, maj 2017, zadanie 5. (1 pkt)]Równość $(x\sqrt{2} - 2)^2 = (2 + \sqrt{2})^2$ jest

- A. prawdziwa dla $x = -\sqrt{2}$. B. prawdziwa dla $x = \sqrt{2}$.
C. prawdziwa dla $x = -1$. D. fałszywa dla każdej liczby x .

Zadanie 1.23. [matura, czerwiec 2017, zadanie 3. (1 pkt)]Suma $16^{24} + 16^{24} + 16^{24} + 16^{24}$ jest równa

- A. 4^{24} B. 4^{25} C. 4^{48} D. 4^{49}

Zadanie 1.24. [matura, maj 2018, zadanie 2. (1 pkt)]Liczba $\sqrt[3]{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{81}{56}}$ jest równa

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3}{2\sqrt[3]{21}}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{9}{4}$

Zadanie 1.25. [matura, maj 2018, zadanie 3. (1 pkt)]

Dane są liczby $a = 3,6 \cdot 10^{-12}$ oraz $b = 2,4 \cdot 10^{-20}$. Wtedy iloraz $\frac{a}{b}$ jest równy

- A. $8,64 \cdot 10^{-32}$ B. $1,5 \cdot 10^{-8}$ C. $1,5 \cdot 10^8$ D. $8,64 \cdot 10^{32}$

Zadanie 1.26. [matura, czerwiec 2018, zadanie 1. (1 pkt)]

Dla $x = \frac{2}{\sqrt{2}} + 1$ oraz $y = \sqrt{2} - 1$ wartość wyrażenia $x^2 - 2xy + y^2$ jest równa

- A. 4 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Zadanie 1.27. [matura, czerwiec 2018, zadanie 7. (1 pkt)]

Liczbę $\frac{224}{1111}$ można zapisać w postaci nieskończonego ułamka dziesiętnego okresowego.

Dwudziestą cyfrą po przecinku jego rozwinięcia jest

- A. 2 B. 0 C. 1 D. 6

Zadanie 1.28. [matura, czerwiec 2018, zadanie 8. (1 pkt)]

Liczba $\frac{8^{20} - 2 \cdot 4^{20}}{2^{20} \cdot 4^{10}}$ jest równa

- A. 0 B. $2^{20} - 2$ C. 2^{19} D. $4 - 2^{10}$

Zadanie 1.29. [matura, maj 2019, zadanie 2. (1 pkt)]

Liczba naturalna $n = 2^{14} \cdot 5^{15}$ w zapisie dziesiętnym ma

- A. 14 cyfr B. 15 cyfr C. 16 cyfr D. 30 cyfr

Zadanie 1.30. [matura, maj 2019, zadanie 4. (1 pkt)]

Równość $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{a} = 1$ jest prawdziwa dla

- A. $a = \frac{11}{20}$ B. $a = \frac{8}{9}$ C. $a = \frac{9}{8}$ D. $a = \frac{20}{11}$

Zadanie 1.31. [matura, maj 2020, zadanie 2. (1 pkt)]

Liczba $\frac{2^{50} \cdot 3^{40}}{36^{10}}$ jest równa

- A. 6^{70} B. 6^{45} C. $2^{30} \cdot 3^{20}$ D. $2^{10} \cdot 3^{20}$

Zadanie 1.32. [matura, czerwiec 2020, zadanie 4. (1 pkt)]

Masę Słońca równą $1,989 \cdot 10^{30}$ kg przybliżono do $2 \cdot 10^{30}$ kg. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy

- A. $0,0011 \cdot 10^{30}$ kg B. $1,1 \cdot 10^{30}$ kg C. $0,11 \cdot 10^{30}$ kg D. $0,011 \cdot 10^{30}$ kg

Zadanie 1.33. [matura, wrzesień 2020, zadanie 2. (1 pkt)]

Liczbę $\sqrt[4]{9 \cdot \sqrt{3}}$ można zapisać w postaci

- A. $3^{\frac{5}{8}}$ B. $3^{\frac{11}{4}}$ C. $3^{\frac{1}{4}}$ D. $3^{\frac{9}{8}}$

Zadanie 1.34. [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 4. (0-1)]

Dla każdej dodatniej liczby b wyrażenie $(\sqrt{b} \cdot \sqrt[4]{b})^{\frac{1}{3}}$ jest równe

- A. b^2 B. $b^{0,25}$ C. $b^{\frac{8}{3}}$ D. $b^{\frac{4}{3}}$

Zadanie 1.35. [matura, maj 2021, zadanie 3. (1 pkt)]

Rozważamy przedziały liczbowe $(-\infty, 5)$ i $(-1, +\infty)$. Ile jest wszystkich liczb całkowitych, które należą jednocześnie do obu rozważanych przedziałów?

- A. 6 B. 5 C. 4 D. 7

Zadanie 1.36. [matura, czerwiec 2021, zadanie 2. (1 pkt)]

Liczba $\left(7^{\frac{5}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}$ jest równa

- A. $7^{\frac{5}{3}}$ B. 7^1 C. $7^{\frac{3}{2}}$ D. $7^{\frac{10}{3}}$

Zadanie 1.37. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2021 : \left(1 - \frac{1}{2022}\right) - \left(1 - \frac{2022}{2021}\right) : \frac{1}{2021}$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2021 D. 2023

Zadanie 1.38. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 4. (2 pkt)]

Dane są dwie liczby x i y , takie, że iloraz $\frac{x}{y}$ jest równy $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{x+y}{x}$. Wynik podaj bez niewymierności w mianowniku.

Zadanie 1.39. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 5. (2 pkt)]

Dane są liczby $a = \sqrt{5} - 2$ oraz $b = \sqrt{5} + 2$.

Oblicz wartość wyrażenia $\frac{a \cdot b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} : \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{a - b}$ dla podanych a i b .

Zadanie 1.40. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 6. (2 pkt)]

Dana jest liczba $x = a - (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$, gdzie a należy do zbioru R liczb rzeczywistych.

W rozwiązaniu zadania uwzględnij fakt, że liczby $\sqrt{3}$ oraz $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$ są niewymierne.
Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Liczba x jest wymierna dla

- A. $a = 5$ B. $a = -\sqrt{3} + \sqrt{2}$ C. $a = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + 0,3$
 D. $a = 6$ E. $a = -2\sqrt{6} + 12,5$ F. $a = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6}$
 G. $a = -\sqrt{6}$

Zadanie 1.41. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100} + 6^{100}$ jest równa

- A. 6^{600} B. 6^{101} C. 36^{100} D. 36^{600}

Zadanie 1.42. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(1 + 3 \cdot 2^{-1})^{-2}$ jest równa

- A. $\frac{25}{4}$ B. $\frac{4}{25}$ C. $\frac{36}{49}$ D. $\frac{40}{9}$

Zadanie 1.43. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(5 \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}$ jest równa

- A. $\sqrt[6]{5}$ B. $\sqrt[3]{25}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt[3]{5}$

Zadanie 1.44. [matura, maj 2023, zadanie 2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2}$ jest równa

- A. $\left(-\frac{3}{2}\right)$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\left(-\frac{2}{3}\right)$

Zadanie 1.45. [matura, czerwiec 2023, zadanie 2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej dodatniej liczby rzeczywistej x iloczyn $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x}$ jest równy

- A. x B. $\sqrt[10]{x}$ C. $\sqrt[18]{x}$ D. x^2

Zadanie 1.46. [matura, czerwiec 2023, zadanie 6. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $(1 + \sqrt{5})^2 - (1 - \sqrt{5})^2$ jest równa

- A. 0 B. (-10) C. $4\sqrt{5}$ D. $2 + 2\sqrt{5}$

Zadanie 1.47. [matura, maj 2024, zadanie 2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\left(\frac{1}{16}\right)^8 \cdot 8^{16}$ jest równa

- A. 2^{24} B. 2^{16} C. 2^{12} D. 2^8

2. Logarytmy

Zadanie 2.1. [matura, maj 2010, zadanie 4. (1 pkt)]Liczba $\log_4 8 + \log_4 2$ jest równa

- A. 1 B. 2 C. $\log_4 6$ D. $\log_4 10$

Zadanie 2.2. [matura, maj 2011, zadanie 8. (1 pkt)]Wyrażenie $\log_4(2x - 1)$ jest określone dla wszystkich liczb x spełniających warunek

- A. $x \leq \frac{1}{2}$ B. $x > \frac{1}{2}$ C. $x \leq 0$ D. $x > 0$

Zadanie 2.3. [matura, czerwiec 2011, zadanie 3. (1 pkt)]Liczba $\log_{\frac{1}{2}} 8$ jest równa

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 4

Zadanie 2.4. [matura, maj 2012, zadanie 3. (1 pkt)]Iloczyn $2 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 9$ jest równy

- A. -6 B. -4 C. -1 D. 1

Zadanie 2.5. [matura, maj 2013, zadanie 3. (1 pkt)]Liczba $\log_{100} 8 - \log_2 8$ jest równa

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

Zadanie 2.6. [matura, czerwiec 2013, zadanie 4. (1 pkt)]Wartość wyrażenia $\log_2 20 - \log_2 5$ jest równa

- A. $\log_2 15$ B. 2 C. 4 D. $\log_2 25$

Zadanie 2.7. [matura, czerwiec 2013, zadanie 26. (1 pkt)]Liczba $\log 4 + \log 5 - \log 2$ jest równa

- A. 10 B. 2 C. 1 D. 0

Zadanie 2.8. [matura, maj 2014, zadanie 4. (1 pkt)]Suma $\log_8 16 + 1$ jest równa

- A. 3 B. $\frac{3}{2}$ C. $\log_8 17$ D. $\frac{7}{3}$

Zadanie 2.9. [matura, czerwiec 2014, zadanie 5. (1 pkt)]Dane są liczby: $a = \log_3 \frac{1}{9}$, $b = \log_3 3$, $c = \log_3 \frac{1}{27}$.

Który z poniższych warunków jest prawdziwy?

- A. $c < b < a$ B. $b < c < a$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$

Zadanie 2.10. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 24. (0-1)]Wskaż liczbę, która spełnia równanie $4^x = 9$.

- A. $\log 9 - \log 4$ B. $\frac{\log 2}{\log 3}$ C. $2 \log_9 2$ D. $2 \log_4 3$

Zadanie 2.11. [matura, maj 2015, zadanie 2. (1 pkt)]Dane są liczby: $a = -\frac{1}{27}$, $b = \log_{\frac{1}{4}} 64$, $c = \log_{\frac{1}{3}} 27$. Iloczyn abc jest równy

- A. -9 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

Zadanie 2.12. [matura, maj 2015, zadanie 4. (1 pkt)]Liczba $2 \log_5 10 - \log_5 4$ jest równa

- A. 2 B. $\log_5 96$ C. $2 \log_5 6$ D. 5

Zadanie 2.13. [matura, sierpień 2015, zadanie 5. (1 pkt)]Wartość wyrażenia $\log_5 0,04 - \frac{1}{2} \log_{25} 5 \cdot \log_{25} 1$ jest równa

- A. -3 B. $-2\frac{1}{4}$ C. -2 D. 0

Zadanie 2.14. [matura, maj 2016, zadanie 2. (1 pkt)]Liczba $\log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{2}$ jest równa

- A. $\frac{3}{2}$ B. 2 C. $\frac{5}{2}$ D. 3

Zadanie 2.15. [matura, maj 2016, zadanie 31. (2 pkt)]

Skala Richtera służy do określania siły trzęsień ziemi. Siła ta opisana jest wzorem $R = \log \frac{A}{A_0}$,

gdzie A oznacza amplitudę trzęsienia wyrażoną w centymetrach, $A_0 = 10^{-4}$ cm jest stałą, nazywaną amplitudą wzorcową. 5 maja 2014 roku w Tajlandii miało miejsce trzęsienie ziemi o sile 6,2 w skali Richtera. Oblicz amplitudę trzęsienia ziemi w Tajlandii i rozstrzygnij, czy jest ona większa, czy – mniejsza od 100 cm.

Zadanie 2.16. [matura, czerwiec 2016, zadanie 6. (1 pkt)]

Wartość wyrażenia $\log_3 \frac{3}{2} + \log_3 \frac{2}{9}$ jest równa

- A. -1 B. -2 C. $\log_3 \frac{5}{11}$ D. $\log_3 \frac{31}{18}$

Zadanie 2.17. [matura, maj 2017, zadanie 3. (1 pkt)]

Liczba $2 \log_2 3 - 2 \log_2 5$ jest równa

- A. $\log_2 \frac{9}{25}$ B. $\log_2 \frac{3}{5}$ C. $\log_2 \frac{9}{5}$ D. $\log_2 \frac{6}{25}$

Zadanie 2.18. [matura, maj 2018, zadanie 1. (1 pkt)]

Liczba $2 \log_3 6 - \log_3 4$ jest równa

- A. 4 B. 2 C. $2 \log_3 2$ D. $\log_3 8$

Zadanie 2.19. [matura, czerwiec 2018, zadanie 2. (1 pkt)]

Dane są liczby: $a = \log_{\frac{1}{2}} 8$, $b = \log_4 8$, $c = \log_4 \frac{1}{2}$ jest równa

- A. $a > b > c$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

Zadanie 2.20. [matura, maj 2019, zadanie 1. (1 pkt)]

Liczba $\log_{\sqrt{2}} 2$ jest równa

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 2.21. [matura, czerwiec 2019, zadanie 2. (1 pkt)]

Liczba $\frac{\log_3 27}{\log_3 \sqrt{27}}$ jest równa

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 2 C. -2 D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 2.22. [matura, maj 2020, zadanie 3. (1 pkt)]

Liczba $\log_5 \sqrt{125}$ jest równa

- A. $\frac{2}{3}$ B. 2 C. 3 D. $\frac{3}{2}$

3. Procenty

Zadanie 3.1. [matura, maj 2010, zadanie 2. (1 pkt)]

Spodnie po obniżce ceny o 30% kosztują 126 zł. Ile kosztowały spodnie przed obniżką?

- A. 163,80 zł B. 180 zł C. 294 zł D. 420 zł

Zadanie 3.2. [matura, sierpień 2010, zadanie 1. (1 pkt)]

Cena towaru bez podatku VAT jest równa 60 zł. Towar ten wraz z podatkiem VAT w wysokości 22% kosztuje

- A. 73,20 zł B. 49,18 zł C. 60,22 zł D. 82 zł

Zadanie 3.3. [matura, maj 2011, zadanie 2. (1 pkt)]

Pierwsza rata, która stanowi 9% ceny roweru, jest równa 189 zł. Rower kosztuje

- A. 1701 zł B. 2100 zł C. 1890 zł D. 2091 zł

Zadanie 3.4. [matura, czerwiec 2011, zadanie 5. (1 pkt)]

Cenę pewnego towaru najpierw obniżono o 20%, a następnie nową cenę podwyższono o 10%. W wyniku obu tych zmian cena towaru zmniejszyła się w stosunku do pierwotnej o

- A. 88% B. 15% C. 12% D. 10%

Zadanie 3.5. [matura, maj 2012, zadanie 1. (1 pkt)]

Cenę nart obniżono o 20%, a po miesiącu nową cenę obniżono o dalsze 30%. W wyniku obu obniżek cena nart zmniejszyła się o

- A. 44% B. 50% C. 56% D. 60%

Zadanie 3.6. [matura, czerwiec 2012, zadanie 4. (1 pkt)]

Marża równa 1,5% kwoty pożyczonego kapitału była równa 3000 zł. Wynika stąd, że pożyczono

- A. 45 zł B. 2000 zł C. 200 000 zł D. 450 000 zł

Zadanie 3.7. [matura, sierpień 2012, zadanie 1. (1 pkt)]

Długość boku kwadratu k_2 jest o 10% większa od długości boku kwadratu k_1 . Wówczas pole kwadratu k_2 jest większe od pola kwadratu k_1 .

- A. o 10% B. o 110% C. o 21% D. o 121%

Zadanie 3.8. [matura, maj 2013, zadanie 2. (1 pkt)]

Liczby a i b są dodatnie oraz 12% liczby a jest równe 15% liczby b . Stąd wynika, że a jest równe

- A. 103% liczby b B. 125% liczby b C. 150% liczby b D. 153% liczby b

Zadanie 3.9. [matura, czerwiec 2013, zadanie 2. (1 pkt)]

Dodatnia liczba x stanowi 70% liczby y . Wówczas

- A. $y = \frac{13}{10}x$ B. $y = \frac{7}{10}x$ C. $y = \frac{10}{7}x$ D. $y = \frac{10}{13}x$

Zadanie 3.10. [matura, maj 2014, zadanie 2. (1 pkt)]

Jeżeli liczba 78 jest o 50% większa od liczby c , to

- A. $c = 60$ B. $c = 52$ C. $c = 48$ D. $c = 39$

Zadanie 3.11. [matura, czerwiec 2014, zadanie 2. (1 pkt)]

Czterech przyjaciół zarejestrowało spółkę. Wysokość udziałów poszczególnych wspólników w kapitale zakładowym spółki wyraża stosunek $12 : 8 : 3 : 2$. Jaką część kapitału zakładowego stanowi udział największego inwestora?

- A. 12% B. 32% C. 48% D. 52%

Zadanie 3.12. [matura, maj 2015, zadanie 3. (1 pkt)]

Kwotę 1000 zł ulokowano w banku na roczną lokatę oprocentowaną w wysokości 4% w stosunku rocznym. Po zakończeniu lokaty od naliczonych odsetek odprowadzany jest podatek w wysokości 19%. Maksymalna kwota, jaką po upływie roku będzie można wypłacić z banku, jest równa

- A. $1000 \cdot \left(1 - \frac{81}{100} \cdot \frac{4}{100}\right)$ B. $1000 \cdot \left(1 + \frac{19}{100} \cdot \frac{4}{100}\right)$
C. $1000 \cdot \left(1 + \frac{81}{100} \cdot \frac{4}{100}\right)$ D. $1000 \cdot \left(1 - \frac{19}{100} \cdot \frac{4}{100}\right)$

Zadanie 3.13. [matura, maj 2015, zadanie 1. (1 pkt)]

Cena pewnego towaru wraz z 7-procentowym podatkiem VAT jest równa 34 347 zł. Cena tego samego towaru wraz z 23-procentowym podatkiem VAT będzie równa

- A. 37 236 zł B. 39 842,52 zł C. 39 483 zł D. 42 246,81 zł

Zadanie 3.14. [matura, czerwiec 2015, zadanie 3. (1 pkt)]

Przy 23-procentowej stawce podatku VAT cena brutto samochodu jest równa 45 018 zł. Jaka jest cena netto tego samochodu?

- A. 34 663,86 zł B. 36 600 zł C. 44 995 zł D. 55 372,14 zł

Zadanie 3.15. [matura, czerwiec 2015, zadanie 22. (1 pkt)]

Liczba 0,3 jest jednym z przybliżeń liczby $\frac{5}{16}$. Błąd względny tego przybliżenia, wyrażony w procentach, jest równy

- A. 4% B. 0,04% C. 2,5% D. 0,025%

Zadanie 3.16. [matura, maj 2016, zadanie 3. (1 pkt)]

Liczby a i c są dodatnie. Liczba b stanowi 48% liczby a oraz 32% liczby c . Wynika stąd, że

- A. $c = 1,5a$ B. $c = 1,6a$ C. $c = 0,8a$ D. $c = 0,16a$

Zadanie 3.30. [matura, czerwiec 2023, zadanie 4. (1 pkt)]

Klient wpłacił do banku 30 000 zł na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 7% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po dwóch latach oszczędzania łączna wartość doliczonych odsetek na tej lokacie (bez uwzględnienia podatków) jest równa

- A. 2100 zł B. 2247 zł C. 4200 zł D. 4347 zł

Zadanie 3.31. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 3. (1 pkt)]

Pan Grzegorz wpłacił do banku pewną kwotę na lokatę dwuletnią. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank doliczał odsetki w wysokości 5% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie. Po dwóch latach oszczędzania pan Grzegorz odebrał z tego banku wraz z odsetkami kwotę 4851 zł (bez uwzględnienia podatków).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kwota wpłacona przez pana Grzegorza na tę lokatę była równa

- A. 4300 zł B. 4400 zł C. 4500 zł D. 4600 zł

Zadanie 3.32. [matura, czerwiec 2024, zadanie 4. (1 pkt)]

Klient wpłacił do banku na trzyletnią lokatę kwotę w wysokości K_0 zł. Po każdym rocznym okresie oszczędzania bank dolicza odsetki w wysokości 6% od kwoty bieżącego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po trzech latach oszczędzania w tym banku kwota na lokacie (bez uwzględnienia podatków) jest równa

- A. $K_0 \cdot (1,06)^3$ B. $K_0 \cdot (1,02)^3$ C. $K_0 \cdot (1,03)^6$ D. $K_0 \cdot 1,18$

4. Wartość bezwzględna

✂ **Zadanie 4.1.** [matura, maj 2006, zadanie 1. (3 pkt)]

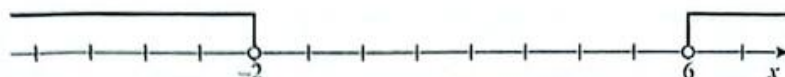
Dane są zbiory: $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 4| \geq 7\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 > 0\}$.

Zaznacz na osi liczbowej:

- zbiór A ,
- zbiór B ,
- zbiór $C = B \setminus A$.

Zadanie 4.2. [próbna matura, listopad 2009, zadanie 1. (1 pkt)]

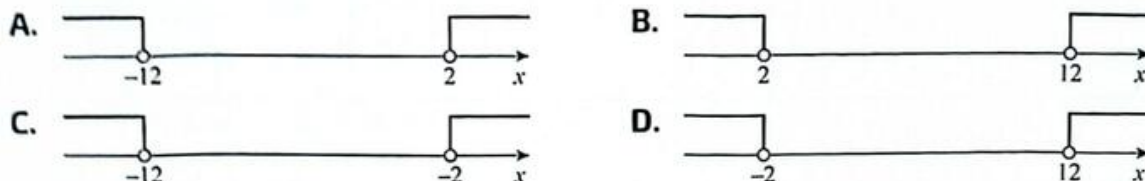
Wskaż nierówność, która opisuje sumę przedziałów zaznaczonych na osi liczbowej.



- A. $|x - 2| > 4$ B. $|x - 2| < 4$ C. $|x - 4| < 2$ D. $|x - 4| > 2$

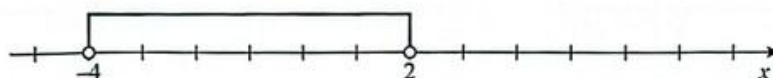
Zadanie 4.3. [matura, maj 2010, zadanie 1. (1 pkt)]

Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór rozwiązań nierówności $|x + 7| > 5$



Zadanie 4.4. [matura, sierpień 2010, zadanie 1. (1 pkt)]

Wskaż nierówność, która opisuje przedział zaznaczony na osi liczbowej.



- A. $|x - 1| < 3$ B. $|x + 1| < 3$ C. $|x + 1| > 3$ D. $|x - 1| > 3$

Zadanie 4.5. [matura, maj 2011, zadanie 1. (1 pkt)]

Wskaż nierówność, którą spełnia liczba π .

- A. $|x + 1| > 5$ B. $|x - 1| < 2$ C. $|x + \frac{2}{3}| \leq 4$ D. $|x - \frac{1}{3}| \geq 3$

Zadanie 4.6. [matura, czerwiec 2011, zadanie 4. (1 pkt)]

Wskaż liczbę, która spełnia równanie $|4x - 5| = x$

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = -2$

Zadanie 4.7. [matura, sierpień 2011, zadanie 8. (1 pkt)]

Liczba $|5 - 2| + |1 - 6|$ jest równa

- A. 8 B. 2 C. 3 D. -2

Zadanie 4.8. [matura, maj 2012, zadanie 5. (1 pkt)]

Wskaż liczbę, która spełnia równanie $|3x + 1| = 4x$

- A. $x = -1$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = -2$

Zadanie 4.9. [matura, czerwiec 2012, zadanie 2. (1 pkt)]

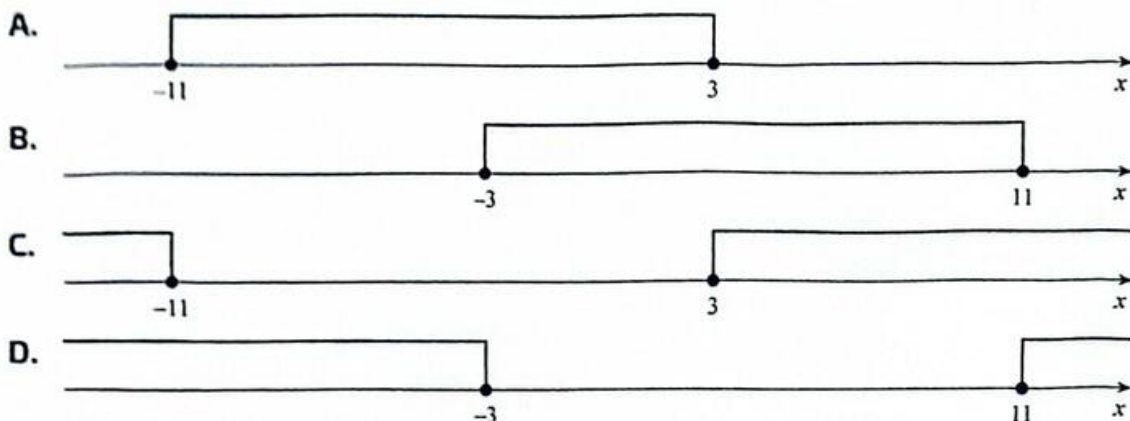
Liczbami spełniającymi równanie $|2x + 3| = 5$ są

- A. 1 i -4 B. 1 i 2 C. -1 i 4 D. -2 i 2

ZADANIA

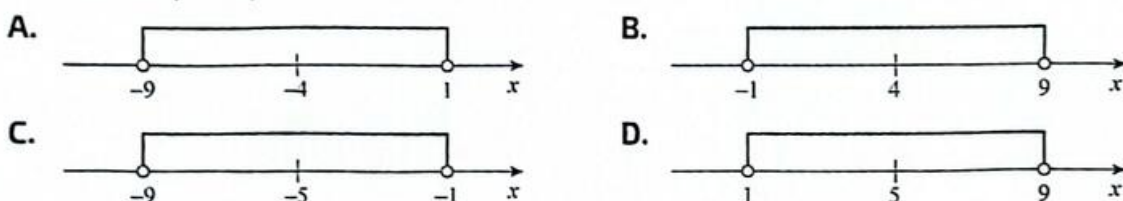
✂ **Zadanie 4.10.** [matura, sierpień 2012, zadanie 6. (1 pkt)]

Wskaż rysunek, na którym jest przedstawiony zbiór rozwiązań nierówności $|x + 4| \leq 7$.



✂ **Zadanie 4.11.** [matura, maj 2013, zadanie 1. (1 pkt)]

Wskaż rysunek, na którym zaznaczony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|x + 4| < 5$.



✂ **Zadanie 4.12.** [matura, czerwiec 2013, zadanie 3. (1 pkt)]

Przedział $\langle -1, 3 \rangle$ jest opisany nierównością

- A. $|x + 1| \geq 2$ B. $|x + 1| \leq 2$ C. $|x - 1| \leq 2$ D. $|x - 1| \geq 2$

Zadanie 4.13. [matura, maj 2014, zadanie 9. (1 pkt)]

Dla każdej liczby x , spełniającej warunek $-3 < x < 0$, wyrażenie $\frac{|x+3| - x + 3}{x}$ jest równe

- A. 2 B. 3 C. $-\frac{6}{x}$ D. $\frac{6}{x}$

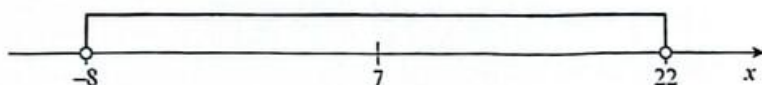
Zadanie 4.14. [matura, czerwiec 2014, zadanie 1. (1 pkt)]

Która z poniższych równości jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej x ?

- A. $\sqrt{x^2} = x$ B. $|-x| = x$ C. $|x - 1| = x - 1$ D. $\sqrt{(x+1)^2} = |x+1|$

✂ **Zadanie 4.15.** [matura, sierpień 2014, zadanie 1. (1 pkt)]

Wskaż nierówność, która opisuje przedział zaznaczony na osi liczbowej.



- A. $|x - 7| < 15$ B. $|x - 7| > 15$ C. $|x - 15| < 7$ D. $|x - 15| > 7$

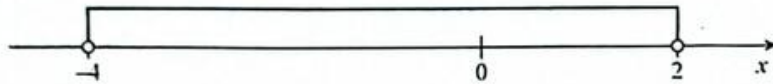
Zadanie 4.16. [matura, maj 2015, zadanie 2. (1 pkt)]

Najmniejszą liczbą całkowitą dodatnią spełniającą nierówność $|x + 4,5| \geq 6$ jest

- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = 3$ D. $x = 6$

Zadanie 4.17. [matura, czerwiec 2015, zadanie 3. (1 pkt)]

Wskaż nierówność, która opisuje zaznaczony na osi liczbowej przedział otwarty $(-4, 2)$.



- A. $|x - 1| < 3$ B. $|x + 3| < 1$ C. $|x + 1| < 3$ D. $|x - 3| < 1$

Zadanie 4.18. [matura, sierpień 2016, zadanie 13. (1 pkt)]

Liczba $\frac{|3 - 9|}{-3}$ jest równa

- A. 2 B. -2 C. 0 D. -4

Zadanie 4.19. [matura, czerwiec 2017, zadanie 1. (1 pkt)]

Liczba $|9 - 2| - |4 - 7|$ jest równa

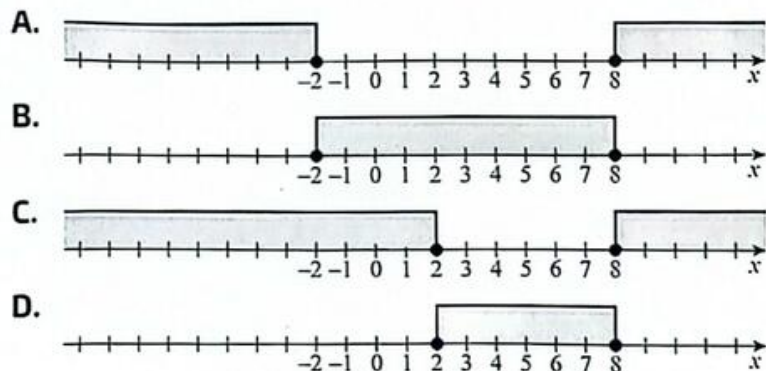
- A. 4 B. 10 C. -10 D. -4

Zadanie 4.20. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 2. (1 pkt)]

Dana jest nierówność:

$$|x - 3| \geq 5$$

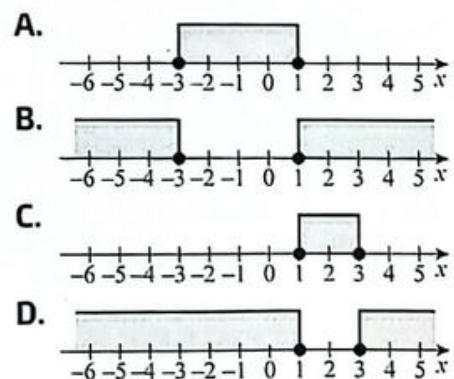
Na którym rysunku prawidłowo zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb spełniających powyższą nierówność? Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Zadanie 4.21. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 8. (1 pkt)]

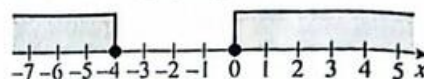
Spośród rysunków A–D wybierz ten, na którym prawidłowo zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność:

$$|x + 1| \leq 2$$



✂ **Zadanie 4.22.** [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 8. (1 pkt)]

Spośród nierówności A–D wybierz tę, której zbiór wszystkich rozwiązań zaznaczono na osi liczbowej.



- A. $|x + 2| \leq 2$ B. $|x - 2| \leq 2$ C. $|x + 2| \geq 2$ D. $|x - 2| \geq 2$

✂ **Zadanie 4.23.** [matura, maj 2023, zadanie 1. (1 pkt)]

Na osi liczbowej zaznaczono sumę przedziałów.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

- A. $|x - 3,5| \geq 1,5$ B. $|x - 1,5| \geq 3,5$ C. $|x - 3,5| \leq 1,5$ D. $|x - 1,5| \leq 3,5$

✂ **Zadanie 4.24.** [matura, czerwiec 2023, zadanie 1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb całkowitych dodatnich spełniających nierówność $|x + 5| < 15$ jest

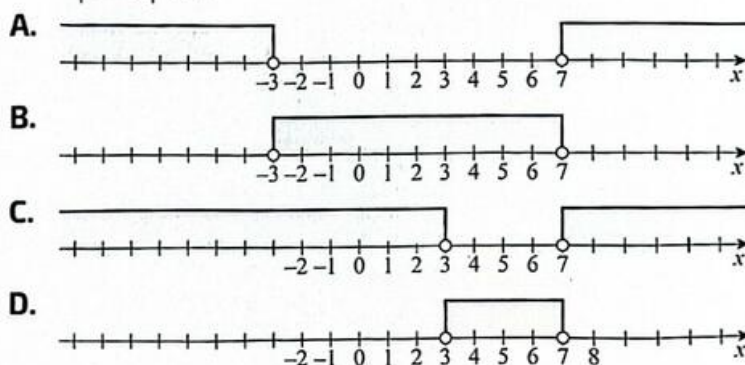
- A. 9 B. 10 C. 20 D. 21

✂ **Zadanie 4.25.** [matura, sierpień 2023, zadanie 1. (1 pkt)]

Dana jest nierówność

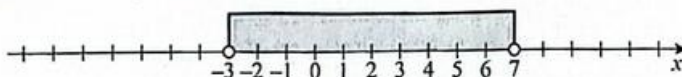
$$|x - 5| < 2$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.



✂ **Zadanie 4.26.** [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 4. (1 pkt)]

Na osi liczbowej zaznaczono przedział.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

- A. $|x - 2| < 5$ B. $|x - 2| > 5$ C. $|x - 5| < 2$ D. $|x - 5| > 2$

Zadanie 4.27. [matura, maj 2024, zadanie 1. (1 pkt)]

Dana jest nierówność

$$|x - 1| \geq 3$$

Na którym rysunku poprawnie zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających powyższą nierówność? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



5. Równania. Nierówności

Zadanie 5.1. [matura, maj 2010, zadanie 6. (1 pkt)]

Rozwiązaniem równania $\frac{3x-1}{7x+1} = \frac{2}{5}$ jest liczba

- A. 1 B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{4}{7}$ D. 7

Zadanie 5.2. [matura, maj 2010, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność $x^2 - x - 2 \leq 0$.

Zadanie 5.3. [matura, maj 2010, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $x^3 - 7x^2 - 4x + 28 = 0$.

Zadanie 5.4. [matura, sierpień 2010, zadanie 8. (1 pkt)]

Równanie $\frac{x^2 - 4}{(x - 4)(x + 4)} = 0$ ma

- A. nie ma rozwiązań B. dokładnie jedno rozwiązanie
C. dokładnie dwa rozwiązania D. dokładnie cztery rozwiązania

Zadanie 5.5. [matura, sierpień 2010, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $x^3 - 3x^2 + 2x - 6 = 0$.

Zadanie 5.6. [matura, maj 2011, zadanie 5. (1 pkt)]

Rozwiązanie równania $x(x + 3) - 49 = x(x - 4)$ należy do przedziału

- A. $(-\infty, 3)$ B. $(10, +\infty)$ C. $(-5, -1)$ D. $(2, +\infty)$

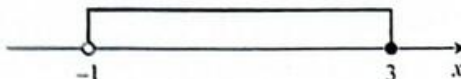
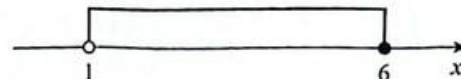
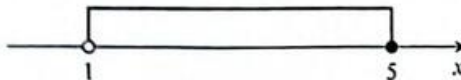
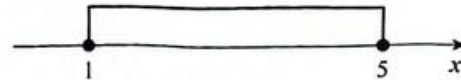
Zadanie 5.7. [matura, maj 2011, zadanie 6. (1 pkt)]

Najmniejszą liczbą całkowitą należącą do zbioru rozwiązań nierówności $\frac{3}{8} + \frac{x}{6} < \frac{5x}{12}$ jest

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

Zadanie 5.8. [matura, maj 2011, zadanie 7. (1 pkt)]

Wskaż, który zbiór przedstawiony na osi liczbowej jest zbiorem liczb spełniających jednocześnie następujące nierówności: $3(x-1)(x-5) \leq 0$ i $x > 1$.

- A.  B. 
- C.  D. 

Zadanie 5.9. [matura, czerwiec 2011, zadanie 7. (1 pkt)]

Równanie $\frac{x^2 + 25}{x - 5} = 0$

- A. nie ma rozwiązań. B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania. D. ma dokładnie trzy rozwiązania.

Zadanie 5.10. [matura, czerwiec 2011, zadanie 8. (1 pkt)]

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $(3-x)(3+x) > (3-x)^2$ jest

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 5.11. [matura, czerwiec 2011, zadanie 10. (1 pkt)]

Liczby x_1, x_2 są rozwiązaniami równania $2(x-5)(x+7) = 0$. Suma $x_1 + x_2$ jest równa

- A. 2 B. -2 C. 12 D. -12

Zadanie 5.12. [matura, czerwiec 2011, zadanie 23. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność $-2x^2 + 2x + 24 \geq 0$.

Zadanie 5.13. [matura, maj 2012, zadanie 6. (1 pkt)]

Liczby x_1, x_2 są różnymi rozwiązaniami równania $2x^2 + 3x - 7 = 0$. Suma $x_1 + x_2$ jest równa

- A. $-\frac{7}{2}$ B. $-\frac{7}{4}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{4}$

Zadanie 5.14. [matura, maj 2012, zadanie 7. (1 pkt)]

Miejscami zerowymi funkcji kwadratowej $y = -3(x-7)(x+2)$ są

- A. $x = 7, x = -2$ B. $x = -7, x = -2$ C. $x = 7, x = 2$ D. $x = -7, x = 2$

Zadanie 5.15. [matura, maj 2012, zadanie 28. (2 pkt)]

Liczby $x_1 = -4$ i $x_2 = 3$ są pierwiastkami wielomianu $W(x) = x^3 + 4x^2 - 9x - 36$. Oblicz trzeci pierwiastek tego wielomianu.

Zadanie 5.16. [matura, czerwiec 2012, zadanie 3. (1 pkt)]

Równanie $(x+5)(x-3)(x^2+1)=0$ ma

- A. dwa rozwiązania: $x = -5, x = 3$.
- B. dwa rozwiązania: $x = -3, x = 4$.
- C. cztery rozwiązania: $x = -5, x = -1, x = 1, x = 3$.
- D. cztery rozwiązania: $x = -3, x = -1, x = 1, x = 5$.

✂ **Zadanie 5.17.** [matura, sierpień 2012, zadanie 11. (1 pkt)]

Równanie $\frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+2)}=0$ ma

- A. dokładnie jedno rozwiązanie
- B. dokładnie dwa rozwiązania
- C. dokładnie trzy rozwiązania
- D. dokładnie cztery rozwiązania

✂ **Zadanie 5.18.** [matura, sierpień 2012, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $x^3 - 6x^2 - 9x + 54 = 0$.

Zadanie 5.19. [matura, maj 2013, zadanie 10. (1 pkt)]

Najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{2} \leq \frac{2x}{3} + \frac{1}{4}$ jest

- A. -2
- B. -1
- C. 0
- D. 1

Zadanie 5.20. [matura, maj 2013, zadanie 16. (1 pkt)]

Liczba rzeczywistych rozwiązań równania $(x+1)(x+2)(x^2+3)=0$ jest równa

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 4

✂ **Zadanie 5.21.** [matura, maj 2013, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $x^3 + 2x^2 - 8x - 16 = 0$.

Zadanie 5.22. [matura, czerwiec 2013, zadanie 17. (1 pkt)]

Funkcja $f(x) = 3x(x^2+5)(2-x)(x+1)$ ma dokładnie

- A. dwa miejsca zerowe.
- B. trzy miejsca zerowe.
- C. cztery miejsca zerowe.
- D. pięć miejsc zerowych.

✂ **Zadanie 5.23.** [matura, czerwiec 2013, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $3x^3 - 4x^2 - 3x + 4 = 0$.

Zadanie 5.24. [matura, sierpień 2013, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność $3x - x^2 \geq 0$.

✂ **Zadanie 5.25.** [matura, sierpień 2013, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $x^3 - 6x^2 - 12x + 72 = 0$.

Zadanie 5.26. [matura, maj 2014, zadanie 5. (1 pkt)]

Wspólnym pierwiastkiem równań $(x^2 - 1)(x - 10)(x - 5) = 0$ oraz $\frac{2x - 10}{x - 1} = 0$ jest liczba

- A. -1 B. 1 C. 5 D. 10

Zadanie 5.27. [matura, maj 2014, zadanie 10. (1 pkt)]

Pierwiastki x_1, x_2 równania $2(x + 2)(x - 2) = 0$ spełniają warunek

- A. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -1$ B. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 0$ C. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$

Zadanie 5.28. [matura, maj 2014, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $9x^3 + 18x^2 - 4x - 8 = 0$.

Zadanie 5.29. [matura, czerwiec 2014, zadanie 26. (2 pkt)]

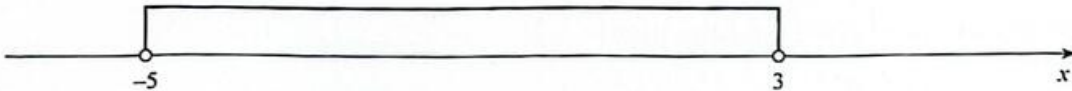
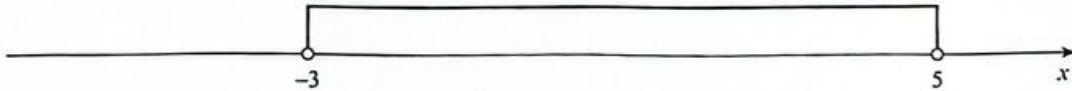
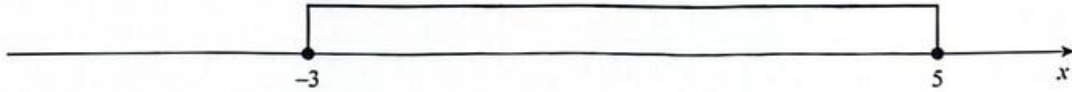
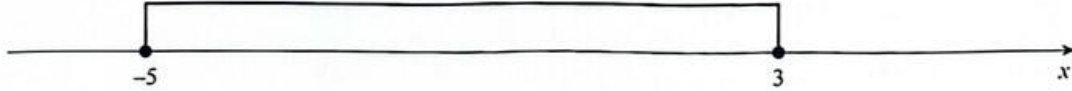
Rozwiąż nierówność $(2x - 3)(3 - x) \geq 0$.

Zadanie 5.30. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 26. (0-2)]

Uzasadnij, że żadna liczba całkowita nie jest rozwiązaniem równania $\frac{2x + 4}{x - 2} = 2x + 1$.

Zadanie 5.31. [matura, maj 2015, zadanie 1. (1 pkt)]

Wskaż rysunek, na którym przedstawiono przedział, będący zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $-4 \leq x - 1 \leq 4$.

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

Zadanie 5.32. [matura, maj 2015, zadanie 6. (1 pkt)]

Suma wszystkich pierwiastków równania $(x + 3)(x + 7)(x - 11) = 0$ jest równa

- A. -1 B. 21 C. 1 D. -21

Zadanie 5.33. [matura, maj 2015, zadanie 7. (1 pkt)]

Równanie $\frac{x - 1}{x + 1} = x - 1$

- A. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 1$.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 0$.

C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = -1$.

D. ma dokładnie dwa rozwiązania: $x = 0$, $x = 1$.

Zadanie 5.34. [matura, maj 2015, zadanie 12. (1 pkt)]

Ile liczb całkowitych x spełnia nierówność $\frac{2}{7} < \frac{x}{14} < \frac{4}{3}$?

A. 14

B. 15

C. 16

D. 17

Zadanie 5.35. [matura, maj 2015, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność $2x^2 - 4x > (x + 3)(x - 2)$.

Zadanie 5.36. [matura, maj 2015, zadanie 5. (1 pkt)]

Zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $\frac{3}{5} - \frac{2x}{3} \geq \frac{x}{6}$ jest przedziałem

A. $\left(\frac{9}{15}, +\infty\right)$

B. $\left(-\infty, \frac{18}{25}\right)$

C. $\left(\frac{1}{30}, +\infty\right)$

D. $\left(-\infty, \frac{9}{5}\right)$

Zadanie 5.37. [matura, maj 2015, zadanie 28. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $4x^3 + 4x^2 - x - 1 = 0$.

Zadanie 5.38. [matura, czerwiec 2015, zadanie 6. (1 pkt)]

Równanie $2x^2 + 11x + 3 = 0$

A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.

C. ma dwa dodatnie rozwiązania rzeczywiste.

D. ma dwa ujemne rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie 5.39. [matura, czerwiec 2015, zadanie 11. (1 pkt)]

Liczba niewymiernych rozwiązań równania $x^2(x + 5)(2x - 3)(x^2 - 7) = 0$ jest równa

A. 0

B. 1

C. 5

D. 2

Zadanie 5.40. [matura, czerwiec 2015, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność $3x^2 - 9x \leq x - 3$.

Zadanie 5.41. [matura, czerwiec 2015, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $x(x^2 - 2x + 3) = 0$.

Zadanie 5.42. [matura, sierpień 2015, zadanie 5. (1 pkt)]

Wskaż największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $\frac{x}{4} - \sqrt{3} < 0$.

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Zadanie 5.43. [matura, sierpień 2015, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $8x^3 + 8x^2 - 3x - 3 = 0$.

Zadanie 5.44. [matura, maj 2016, zadanie 5. (1 pkt)]

Jedną z liczb, które spełniają nierówność $-x^5 + x^3 - x < -2$, jest

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

Zadanie 5.45. [matura, maj 2016, zadanie 9. (1 pkt)]

Równanie wymierne $\frac{3x-1}{x+5} = 3$, gdzie $x \neq -5$,

- A. nie ma rozwiązań rzeczywistych.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
D. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.

Zadanie 5.46. [matura, maj 2016, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność $2x^2 - 4x > 3x^2 - 6x$.

Zadanie 5.47. [matura, maj 2016, zadanie 28. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $(4-x)(x^2+2x-15) = 0$.

✂ **Zadanie 5.48.** [matura, maj 2016, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $x^3 + 3x^2 + 2x + 6 = 0$.

Zadanie 5.49. [matura, czerwiec 2016, zadanie 7. (1 pkt)]

Spośród liczb, które są rozwiązaniami równania $(x-8)(x^2-4)(x^2+16) = 0$, wybrano największą i najmniejszą. Suma tych dwóch liczb jest równa

- A. 12 B. 10 C. 6 D. 4

Zadanie 5.50. [matura, czerwiec 2016, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $\frac{2x+1}{2x} = \frac{2x+1}{x+1}$, gdzie $x \neq -1$ i $x \neq 0$.

Zadanie 5.51. [matura, maj 2017, zadanie 6. (1 pkt)]

Do zbioru rozwiązań nierówności $(x^4+1)(2-x) > 0$ nie należy liczba

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

Zadanie 5.52. [matura, maj 2017, zadanie 8. (1 pkt)]

Równanie $x(x^2-4)(x^2+4) = 0$ z niewiadomą x

- A. nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.
B. ma dokładnie dwa rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.
C. ma dokładnie trzy rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.
D. ma dokładnie pięć rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych.

Zadanie 5.53. [matura, czerwiec 2017, zadanie 10. (1 pkt)]

Równanie $x(x-3)(x^2+25)=0$ ma dokładnie

- A. cztery rozwiązania: $x=0, x=3, x=5, x=-5$.
- B. trzy rozwiązania: $x=3, x=5, x=-5$.
- C. dwa rozwiązania: $x=0, x=3$.
- D. jedno rozwiązanie: $x=3$.

Zadanie 5.54. [matura, czerwiec 2017, zadanie 26. (2 pkt)] (Zadanie 5.86.)

Rozwiąż nierówność $\left(x - \frac{1}{2}\right)x > 3\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right)$.

Zadanie 5.55. [matura, maj 2018, zadanie 5. (1 pkt)]

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{1-2x}{2} > \frac{1}{3}$ jest przedział

- A. $\left(-\infty, \frac{1}{6}\right)$
- B. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$
- C. $\left(\frac{1}{6}, +\infty\right)$
- D. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

Zadanie 5.56. [matura, maj 2018, zadanie 7. (1 pkt)]

Równanie $\frac{x^2+2x}{x^2-4}=0$.

- A. ma trzy rozwiązania: $x=-2, x=0, x=2$
- B. ma dwa rozwiązania: $x=0, x=-2$
- C. ma dwa rozwiązania: $x=-2, x=2$
- D. ma jedno rozwiązanie: $x=0$

Zadanie 5.57. [matura, maj 2018, zadanie 27. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $(x^3+125)(x^2-64)=0$.

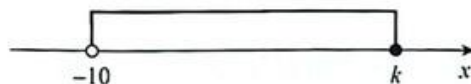
Zadanie 5.58. [matura, czerwiec 2018, zadanie 3. (1 pkt)]

Wskaż liczbę spełniającą nierówność $(4-x)(x+3)(x+4) > 0$.

- A. 5
- B. 16
- C. -4
- D. -2

Zadanie 5.59. [matura, czerwiec 2018, zadanie 5. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiony jest przedział $(-10, k)$, gdzie k jest liczbą całkowitą. Suma wszystkich liczb całkowitych należących do tego przedziału jest równa 21.



Stąd wynika, że

- A. $k=9$
- B. $k=11$
- C. $k=21$
- D. $k=31$

Zadanie 5.60. [matura, czerwiec 2018, zadanie 6. (1 pkt)]

Równanie $x - \frac{1}{2x+1} = 0$

- A. ma dokładnie dwa rozwiązania rzeczywiste.
- B. ma dokładnie trzy rozwiązania rzeczywiste.
- C. ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste.
- D. nie ma rozwiązań.

Zadanie 5.61. [matura, czerwiec 2018, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność $2x(1-x) + 1 - x < 0$.

✂ **Zadanie 5.62.** [matura, maj 2019, zadanie 6. (1 pkt)]

Równanie $\frac{(x-1)(x+2)}{x-3} = 0$.

- A. ma trzy różne rozwiązania: $x = 1, x = 3, x = -2$.
- B. ma trzy różne rozwiązania: $x = -1, x = -3, x = 2$.
- C. ma dwa różne rozwiązania: $x = 1, x = -2$.
- D. ma dwa różne rozwiązania: $x = -1, x = 2$.

Zadanie 5.63. [matura, maj 2019, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $(x^3 - 8)(x^2 - 4x - 5) = 0$.

✂ **Zadanie 5.64.** [matura, maj 2019, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie $x^3 - 5x^2 - 9x + 45 = 0$.

✂ **Zadanie 5.65.** [matura, czerwiec 2019, zadanie 1. (1 pkt)]

Rozwiązaniem równania $\frac{(x^2 - 2x - 3) \cdot (x^2 - 9)}{x - 1} = 0$ nie jest liczba

- A. -3 B. -1 C. 1 D. 3

Zadanie 5.66. [matura, czerwiec 2019, zadanie 3. (1 pkt)]

Jedną z liczb spełniających nierówność $(x-6) \cdot (x-2)^2 \cdot (x+4) \cdot (x+10) > 0$ jest

- A. -5 B. 0 C. 3 D. 5

Zadanie 5.67. [matura, czerwiec 2019, zadanie 26. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność $x(7x+2) > 7x+2$.

✂ **Zadanie 5.68.** [matura, czerwiec 2019, zadanie 27. (2 pkt)]

Wyznacz wszystkie liczby rzeczywiste x , które spełniają warunek: $\frac{3x^2 - 8x - 3}{x - 3} = x - 3$.

Zadanie 5.69. [matura, maj 2020, zadanie 5. (1 pkt)]Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3(1-x) > 2(3x-1) - 12x$ jest przedział

- A. $\left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$ C. $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$ D. $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$

Zadanie 5.70. [matura, maj 2020, zadanie 6. (1 pkt)]Suma wszystkich rozwiązań równania $x(x-3)(x+2) = 0$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 5.71. [matura, maj 2020, zadanie 10. (1 pkt)]Równanie $x(x-2) = (x-2)^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

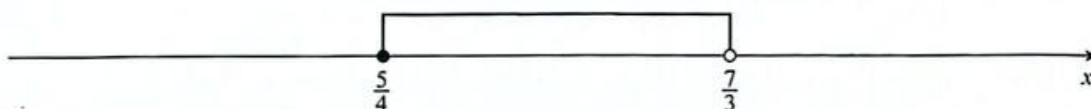
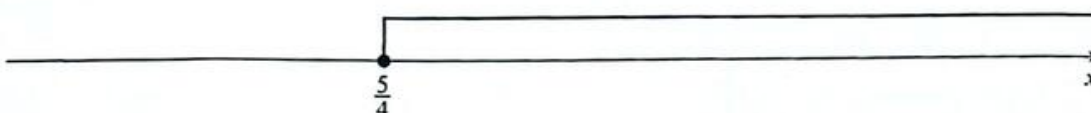
- A. nie ma rozwiązań. B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 2$.
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 0$. D. ma dwa różne rozwiązania: $x = 1$ i $x = 2$.

Zadanie 5.72. [matura, maj 2020, zadanie 26. (2 pkt)]Rozwiąż nierówność $2(x-1)(x+3) > x-1$.**Zadanie 5.73.** [matura, maj 2020, zadanie 27. (2 pkt)]Rozwiąż równanie $(x^2-1)(x^2-2x) = 0$.**Zadanie 5.74.** [matura, maj 2020, zadanie 27. (2 pkt)]Rozwiąż równanie $x^3 - 9x^2 - 4x + 36 = 0$.**Zadanie 5.75.** [matura, maj 2021, zadanie 32. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie:

$$\frac{3x+2}{3x-2} = 4-x$$

Zadanie 5.76. [matura, czerwiec 2021, zadanie 6. (1 pkt)]Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x , spełniających jednocześnie nierówności $0 < 7-3x$ oraz $7-3x \leq 5x-3$.

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

Zadanie 5.77. [matura, czerwiec 2021, zadanie 7. (1 pkt)]

Rozwiązaniem równania $x\sqrt{3} + 2 = 2x - 8$ jest liczba

- A. $10(2 + \sqrt{3})$ B. $\frac{10}{\sqrt{3} - 2}$ C. $10(\sqrt{3} - 2)$ D. $\frac{\sqrt{3} + 10}{2}$

Zadanie 5.78. [matura, czerwiec 2021, zadanie 8. (1 pkt)]

Równanie $\frac{x^2 - 7x}{x^2 - 49} = 0$ ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

- A. jedno rozwiązanie. C. trzy rozwiązania.
B. dwa rozwiązania. D. cztery rozwiązania.

Zadanie 5.79. [matura, czerwiec 2021, zadanie 29. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność:

$$2(x+1)(x-3) < x^2 - 9$$

Zadanie 5.80. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 7. (2 pkt)]

Rozwiąż równanie:

$$\frac{(4x+1)(x-5)}{(2x-10)(x+3)} = 0$$

Zadanie 5.81. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 13. (3 pkt)]

Rozwiąż równanie

$$(x-1)^2 - 5(x-1)^2 + 6 = 0$$

Zadanie 5.82. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 7. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie

$$\frac{(4x-6)(x-2)^2}{2x(x-1,5)(x+6)} = 0$$

ma w zbiorze liczb rzeczywistych

- A. dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 2$. B. dokładnie dwa rozwiązania: $x = 1,5$, $x = 2$.
C. dokładnie trzy rozwiązania: $x = -6$, $x = 0$, $x = 2$.
D. dokładnie cztery rozwiązania: $x = -6$, $x = 0$, $x = 1,5$, $x = 2$.

Zadanie 5.83. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 6. (3 pkt)]

Rozwiąż równanie

$$3x^3 - 6x^2 - 27x + 54 = 0$$

Zapisz obliczenia.

✂ **Zadanie 5.84.** [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 7. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie

$$\frac{(x^2 + x)(x + 3)(x - 1)}{x^2 - 1} = 0$$

ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

- A. jedno rozwiązanie: $x = -3$.
 B. dwa rozwiązania: $x = -3$, $x = 0$.
 C. trzy rozwiązania: $x = -3$, $x = -1$, $x = 0$.
 D. cztery rozwiązania: $x = -3$, $x = -1$, $x = 0$, $x = 1$.

Zadanie 5.85. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 8. (1 pkt)]

Dana jest nierówność kwadratowa

$$(3x - 9)(x + k) < 0$$

z niewiadomą x i parametrem $k \in \mathbb{R}$. Rozwiązaniem tej nierówności jest przedział $(-2, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

- A. (-2) B. 2 C. (-3) D. 3

✂ **Zadanie 5.86.** [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 12. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(4 - x)(2x - 3)}{(3x - 5)(3 - 2x)} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie. B. dwa rozwiązania.
 C. trzy rozwiązania. D. cztery rozwiązania.

Zadanie 5.87. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 13. (1 pkt)]

Dana jest nierówność

$$2 - \frac{x}{2} \geq \frac{x}{3} - 3$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największą liczbą całkowitą, która spełnia tę nierówność, jest

- A. 6 B. 5 C. 7 D. (-6)

Zadanie 5.88. [matura, maj 2023, zadanie 6. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x + 3) \leq \frac{2 - x}{3}$$

jest przedział

- A. $(-\infty, -4]$ B. $(-\infty, 4]$ C. $[-4, \infty)$ D. $[4, \infty)$

Zadanie 5.89. [matura, maj 2023, zadanie 7. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jednym z rozwiązań równania $\sqrt{3}(x^2 - 2)(x + 3) = 0$ jest liczba

- A. 3 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

Zadanie 5.90. [matura, maj 2023, zadanie 8. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x+1)(x-1)^2}{(x-1)(x+1)^2} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych

- A. nie ma rozwiązania. B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: -1 .
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: 1 . D. ma dokładnie dwa rozwiązania: -1 oraz 1 .

Zadanie 5.91. [matura, maj 2023, zadanie 9. (3 pkt)]

Rozwiąż równanie

$$3x^3 - 2x^2 - 12x + 8 = 0$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 5.92. [matura, czerwiec 2023, zadanie 8. (2 pkt)]

Rozwiąż nierówność

$$x(2x - 1) < 2x$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 5.93. [matura, czerwiec 2023, zadanie 9. (3 pkt)]

Rozwiąż równanie

$$x^3 + 4x^2 - 9x - 36 = 0$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 5.94. [matura, czerwiec 2023, zadanie 10. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x^2 - 3x)(x + 2)}{x^2 - 4} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych ma dokładnie

- A. jedno rozwiązanie. B. dwa rozwiązania. C. trzy rozwiązania. D. cztery rozwiązania.

Zadanie 5.95. [matura, maj 2024, zadanie 6. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$1 - \frac{3}{2}x < \frac{2}{3} - x$$

jest przedział

- A. $\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$ C. $\left(-\frac{2}{3}, +\infty\right)$ D. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

✂ **Zadanie 5.96.** [matura, maj 2024, zadanie 7. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{x+1}{(x+2)(x-3)} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych

- A. nie ma rozwiązania.
- B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: (-1) .
- C. ma dokładnie dwa rozwiązania: (-2) oraz 3 .
- D. ma dokładnie trzy rozwiązania: (-1) , (-2) oraz 3 .

✂ **Zadanie 5.97.** [matura, maj 2024, zadanie 8. (1 pkt)]

Dany jest wielomian $W(x) = 3x^3 + 6x^2 + 9x$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wielomian W jest iloczynem wielomianów $F(x) = 3x$ i $G(x) = x^2 + 2x + 3$.	P	F
Liczba (-1) jest rozwiązaniem równania $W(x) = 0$.	P	F

✂ **Zadanie 5.98.** [matura, maj 2024, zadanie 9. (3 pkt)]

Rozwiąż równanie

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 6 = 0$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 5.99. [matura, czerwiec 2024, zadanie 6. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich całkowitych dodatnich rozwiązań nierówności

$$\frac{3x-5}{12} < \frac{1}{3}$$

jest równa

- A. 2
- B. 3
- C. 5
- D. 6

✂ **Zadanie 5.100.** [matura, czerwiec 2024, zadanie 10. (3 pkt)]

Rozwiąż równanie

$$4x^3 - 12x^2 - x + 3 = 0$$

Zapisz obliczenia.

6. Funkcja liniowa

Zadanie 6.1. [matura, sierpień 2010, zadanie 10. (1 pkt)]

Wskaż m , dla którego funkcja liniowa $f(x) = (m-1)x + 6$ jest rosnąca

A. $m = -1$

B. $m = 0$

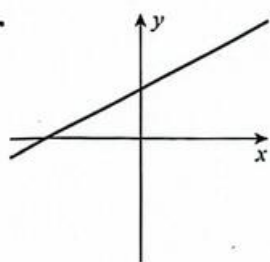
C. $m = 1$

D. $m = 2$

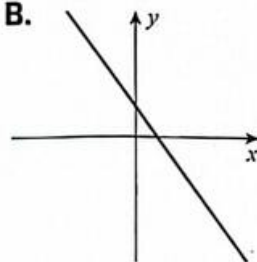
Zadanie 6.2. [matura, sierpień 2012, zadanie 10. (1 pkt)]

Na którym rysunku przedstawiono wykres funkcji liniowej $y = ax + b$ takiej, że $a > 0$ i $b < 0$?

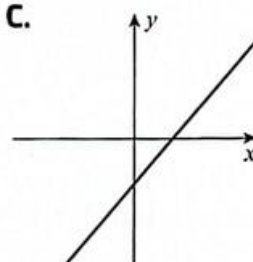
A.



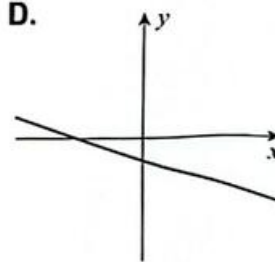
B.



C.



D.



Zadanie 6.3. [matura, maj 2011, zadanie 10. (1 pkt)]

Funkcja liniowa określona jest wzorem $f(x) = -\sqrt{2}x + 4$. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba

A. $-2\sqrt{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $2\sqrt{2}$

Zadanie 6.4. [matura, czerwiec 2011, zadanie 9. (1 pkt)]

Funkcja liniowa $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

A. jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0, 3)$.

B. jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0, -3)$.

C. jest rosnąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0, -3)$.

D. jest malejąca i jej wykres przechodzi przez punkt $(0, 3)$.

Zadanie 6.5. [matura, maj 2012, zadanie 8. (1 pkt)]

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + 6$, gdzie $a > 0$. Wówczas spełniony jest warunek

A. $f(1) > 1$

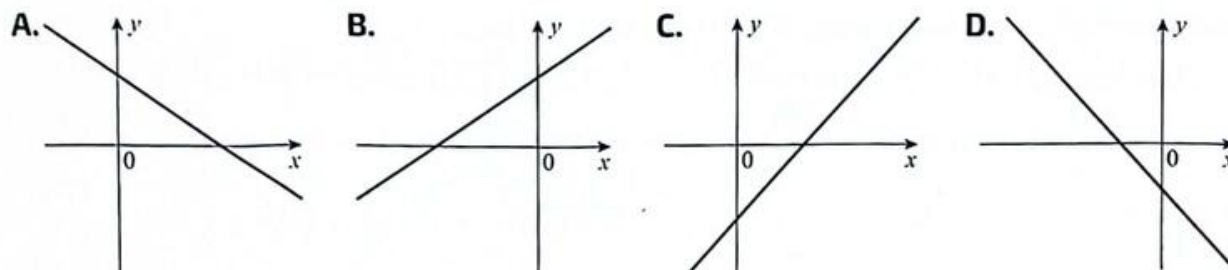
B. $f(2) = 2$

C. $f(3) < 3$

D. $f(4) = 4$

Zadanie 6.6. [matura, czerwiec 2012, zadanie 18. (1 pkt)]

Jeden z rysunków przedstawia wykres funkcji liniowej $f(x) = ax + b$, gdzie $a > 0$ i $b < 0$. Wskaż ten wykres.



Zadanie 6.7. [matura, maj 2013, zadanie 5. (1 pkt)]

Punkt $A = (0, 1)$ leży na wykresie funkcji liniowej $f(x) = (m - 2)x + m - 3$. Stąd wynika, że

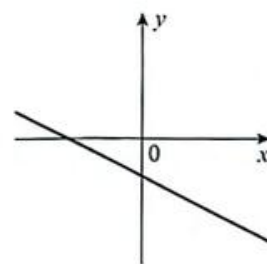
- A. $m = 1$ B. $m = 2$ C. $m = 3$ D. $m = 4$

Zadanie 6.8. [matura, maj 2013, zadanie 9. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu pewnej funkcji liniowej $y = ax + b$

Jakie znaki mają współczynniki a i b ?

- A. $a < 0$ i $b < 0$ B. $a < 0$ i $b > 0$
C. $a > 0$ i $b < 0$ D. $a > 0$ i $b > 0$



Zadanie 6.9. [matura, maj 2014, zadanie 6. (1 pkt)]

Funkcja liniowa $f(x) = (m^2 - 4)x + 2$ jest malejąca, gdy

- A. $m \in \{-2, 2\}$ B. $m \in (-2, 2)$ C. $m \in (-\infty, -2)$ D. $m \in (2, +\infty)$

Zadanie 6.10. [matura, maj 2014, zadanie 18. (1 pkt)]

O funkcji liniowej f wiadomo, że $f(1) = 2$. Do wykresu tej funkcji należy punkt $P = (-2, 3)$.

Wzór funkcji f to

- A. $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$ B. $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ C. $f(x) = -3x + 7$ D. $f(x) = -2x + 4$

Zadanie 6.11. [matura, czerwiec 2014, zadanie 6. (1 pkt)]

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 3x - 4$ dla każdej liczby z przedziału $\langle -2, 2 \rangle$.

Zbiorem wartości tej funkcji jest przedział

- A. $\langle -10, 2 \rangle$ B. $(-10, 2)$ C. $\langle 2, 10 \rangle$ D. $(2, 10)$

Zadanie 6.12. [matura, sierpień 2014, zadanie 12. (1 pkt)]

Funkcja liniowa $f(x) = ax + b$ jest rosnąca i ma dodatnie miejsce zerowe. Stąd wynika, że

- A. $a > 0$ i $b > 0$ B. $a < 0$ i $b < 0$ C. $a < 0$ i $b > 0$ D. $a > 0$ i $b < 0$

Zadanie 6.13. [matura, maj 2015, zadanie 9. (1 pkt)]

Na wykresie funkcji liniowej określonej wzorem $f(x) = (m - 1)x + 3$ leży punkt $S = (5, -2)$.
Zatem

- A. $m = -1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Zadanie 6.14. [matura, maj 2015, zadanie 10. (1 pkt)]

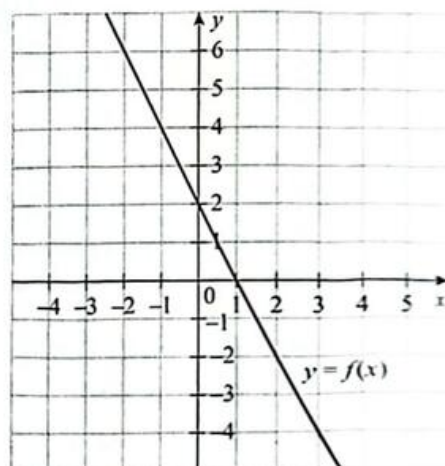
Funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = 2x + b$ ma takie samo miejsce zerowe, jakie ma funkcja liniowa $g(x) = -3x + 4$. Stąd wynika, że

- A. $b = 4$ B. $b = -\frac{3}{2}$ C. $b = -\frac{8}{3}$ D. $b = \frac{4}{3}$

Zadanie 6.15. [matura, czerwiec 2015, zadanie 11. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu pewnej funkcji liniowej f .

Funkcja liniowa g , której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji f względem poziomej osi układu współrzędnych, jest określona wzorem



- A. $g(x) = -2x - 2$ B. $g(x) = 2x - 2$
C. $g(x) = -2x + 2$ D. $g(x) = 2x + 2$

Zadanie 6.16. [matura, sierpień 2015, zadanie 9. (1 pkt)]

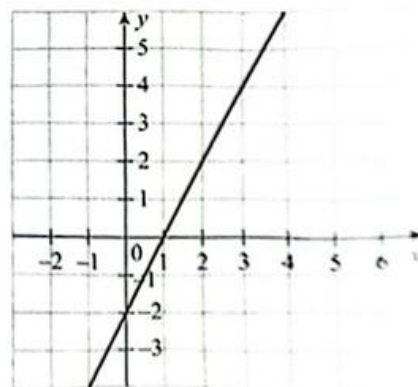
Miejsce zerowe funkcji liniowej $f(x) = x + 3m$ jest większe od 2 dla każdej liczby m spełniającej warunek

- A. $m < -\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3} < m < \frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3} < m < 1$ D. $m > 1$

Zadanie 6.17. [matura, sierpień 2016, zadanie 7. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f , przy czym $f(0) = -2$ i $f(1) = 0$.

Wykres funkcji g jest symetryczny do wykresu funkcji f względem początku układu współrzędnych. Funkcja jest określona wzorem



- A. $g(x) = 2x + 2$ B. $g(x) = 2x - 2$
C. $g(x) = -2x + 2$ D. $g(x) = -2x - 2$

Zadanie 6.18. [matura, maj 2017, zadanie 9. (1 pkt)]

Miejszem zerowym funkcji liniowej $f(x) = \sqrt{3}(x+1) - 12$ jest liczba

- A. $\sqrt{3} - 4$ B. $-2\sqrt{3} + 1$ C. $4\sqrt{3} - 1$ D. $-\sqrt{3} + 12$

Zadanie 6.19. [matura, maj 2018, zadanie 8. (1 pkt)]

Funkcja liniowa f określona jest wzorem $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$, dla wszystkich liczb rzeczywistych x .
Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P = \left(0, \frac{1}{3}\right)$.

B. Funkcja f jest malejąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P = (0, -1)$.

C. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P = \left(0, \frac{1}{3}\right)$.

D. Funkcja f jest rosnąca i jej wykres przecina oś Oy w punkcie $P = (0, -1)$.

Zadanie 6.20. [matura, maj 2018, zadanie 10. (1 pkt)]

Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = ax + b$, a punkt $M = (3, -2)$ należy do wykresu tej funkcji. Współczynnik a we wzorze tej funkcji jest równy

- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{3}{2}$ D. -1

Zadanie 6.21. [matura, czerwiec 2018, zadanie 11. (1 pkt)]

Funkcja liniowa $f(x) = (1 - m^2)x + m - 1$ nie ma miejsc zerowych dla

- A. $m = 1$ B. $m = 0$ C. $m = -1$ D. $m = -2$

Zadanie 6.22. [matura, maj 2019, zadanie 7. (1 pkt)]

Miejscem zerowym funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 3(x + 1) - 6\sqrt{3}$ jest liczba

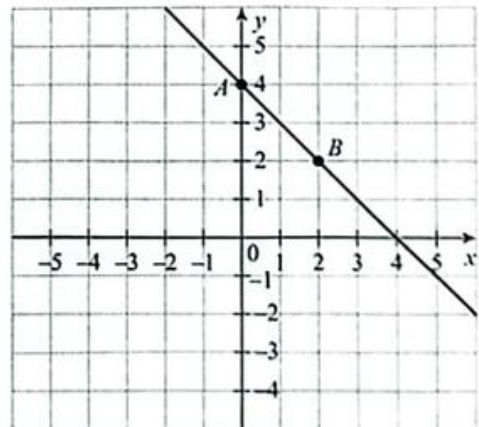
- A. $3 - 6\sqrt{3}$ B. $1 - 6\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3} - 1$ D. $2\sqrt{3} - \frac{1}{3}$

Zadanie 6.23. [matura, maj 2019, zadanie 19. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiony jest fragment wykresu funkcji liniowej f . Na wykresie tej funkcji leżą punkty $A = (0, 4)$ i $B = (2, 2)$

Obrazem prostej AB w symetrii względem początku układu współrzędnych jest wykres funkcji g określonej wzorem

- A. $g(x) = x + 4$ B. $g(x) = x - 4$
C. $g(x) = -x - 4$ D. $g(x) = -x + 4$



Zadanie 6.24. [matura, czerwiec 2019, zadanie 6. (1 pkt)]

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = (m\sqrt{5} - 1)x + 3$.

Ta funkcja jest rosnąca dla każdej liczby m spełniającej warunek

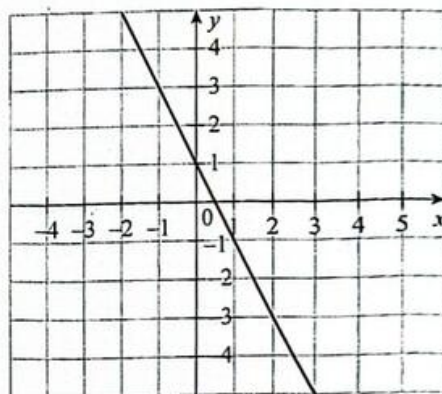
- A. $m > \frac{1}{\sqrt{5}}$ B. $m > 1 - \sqrt{5}$ C. $m < \sqrt{5} - 1$ D. $m < \frac{1}{\sqrt{5}}$

Zadanie 6.25. [matura, maj 2020, zadanie 11. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = ax + b$.

Współczynniki a oraz b we wzorze funkcji f spełniają zależność

- A. $a + b > 0$ B. $a + b = 0$
C. $a \cdot b > 0$ D. $a \cdot b < 0$

**Zadanie 6.26.** [matura, wrzesień 2020, zadanie 7. (1 pkt)]

Funkcje liniowe f i g określone są wzorami $f(x) = -4x + 12$ i $g(x) = -2x + k + 3$ mają wspólne miejsce zerowe. Stąd wynika, że

- A. $k = -6$ B. $k = -3$ C. $k = 3$ D. $k = 6$

Zadanie 6.27. [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 8. (1 pkt)]

Funkcja liniowa $f(x) = (a - 1)x + 3$ osiąga wartość najmniejszą równą 3. Wtedy

- A. $a = -1$ B. $a = 0$ C. $a = 1$ D. $a = 3$

Zadanie 6.28. [matura, maj 2021, zadanie 31. (2 pkt)]

Funkcja liniowa f przyjmuje wartość 2 dla argumentu 0, a ponadto $f(4) - f(2) = 6$. Wyznacz wzór funkcji f .

Zadanie 6.29. [matura, sierpień 2021, zadanie 7. (1 pkt)]

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -2x + 4$. Wykres funkcji f przesunięto wzdłuż osi Ox o 2 jednostki w lewo (tzn. przeciwnie do zwrotu osi), w wyniku czego otrzymano wykres funkcji g . Funkcja g jest określona wzorem

- A. $g(x) = -2x + 2$ B. $g(x) = -2x$ C. $g(x) = -2x + 6$ D. $g(x) = -2x + 8$

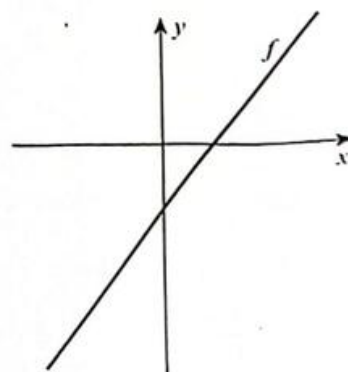
Zadanie 6.30. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 11. (1 pkt)]

Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Wykres funkcji f przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynniki a i b we wzorze funkcji f spełniają warunki

- A. $a > 0$ i $b > 0$ B. $a > 0$ i $b < 0$
C. $a < 0$ i $b > 0$ D. $a < 0$ i $b < 0$



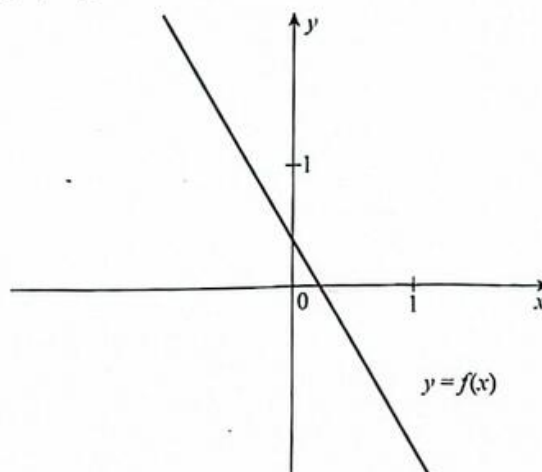
Zadanie 6.31. [matura, maj 2023, zadanie 13. (1 pkt)]

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji f w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a oraz liczba b we wzorze funkcji f spełniają warunki:

- A. $a > 0$ i $b > 0$ B. $a > 0$ i $b < 0$
C. $a < 0$ i $b > 0$ D. $a < 0$ i $b < 0$

**Zadanie 6.32.** [matura, czerwiec 2023, zadanie 11. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykresy funkcji liniowych $f(x) = (2m + 3)x + 5$ oraz $g(x) = -x$ nie mają punktów wspólnych dla

- A. $m = -2$ B. $m = -1$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Zadanie 6.33. [matura, czerwiec 2023, zadanie 26. (1 pkt)]

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -x + 1$. Funkcja g jest liniowa. W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji g przechodzi przez punkt $P = (0, -1)$ i jest prostopadły do wykresu funkcji f .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wzorem funkcji g jest

- A. $g(x) = x + 1$ B. $g(x) = -x - 1$ C. $g(x) = -x + 1$ D. $g(x) = x - 1$

Zadanie 6.34. [matura, maj 2024, zadanie 12. (1 pkt)]

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = (-2k + 3)x + k - 1$, gdzie $k \in \mathbb{R}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby k należącej do przedziału

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(-\infty, -\frac{3}{2})$ C. $(1, +\infty)$ D. $(\frac{3}{2}, +\infty)$

Zadanie 6.35. [matura, maj 2024, zadanie 13. (1 pkt)]

Funkcje liniowe f oraz g , określone wzorami $f(x) = 3x + 6$ oraz $g(x) = ax + 7$, mają to samo miejsce zerowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a we wzorze funkcji g jest równy

- A. $(-\frac{7}{2})$ B. $(-\frac{2}{7})$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{7}{2}$

Zadanie 6.36. [matura, czerwiec 2024, zadanie 13. (1 pkt)]

Liczba 2 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (3 - m)x + 4$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba m jest równa

A. 0

B. 3

C. 4

D. 5

7. Równanie prostej

Zadanie 7.1. [matura, maj 2010, zadanie 9. (1 pkt)]

Prosta o równaniu $y = -2x + (3m + 3)$ przecina w układzie współrzędnych oś Oy w punkcie $(0, 2)$. Wtedy

A. $m = -\frac{2}{3}$

B. $m = -\frac{1}{3}$

C. $m = \frac{1}{3}$

D. $m = \frac{5}{3}$

Zadanie 7.2. [matura, maj 2011, zadanie 18. (1 pkt)]

Prosta k ma równanie $y = 2x - 3$. Wskaż równanie prostej l równoległej do prostej k i przechodzącej przez punkt D o współrzędnych $(-2, 1)$.

A. $y = -2x + 3$

B. $y = 2x + 1$

C. $y = 2x + 5$

D. $y = -x + 1$

Zadanie 7.3. [matura, czerwiec 2011, zadanie 15. (1 pkt)]

Dane są punkty $A = (-2, 2)$ i $B = (4, -2)$. Współczynnik kierunkowy prostej AB jest równy

A. $a = -\frac{2}{3}$

B. $a = -\frac{3}{2}$

C. $a = \frac{3}{2}$

D. $a = \frac{2}{3}$

Zadanie 7.4. [matura, maj 2012, zadanie 21. (1 pkt)]

Wskaż równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $3x - 6y + 7 = 0$.

A. $y = \frac{1}{2}x$

B. $y = -\frac{1}{2}x$

C. $y = 2x$

D. $y = -2x$

Zadanie 7.5. [matura, maj 2013, zadanie 8. (1 pkt)]

Prosta o równaniu $y = \frac{2}{m}x + 1$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -\frac{3}{2}x - 1$. Stąd wynika, że

A. $m = -3$

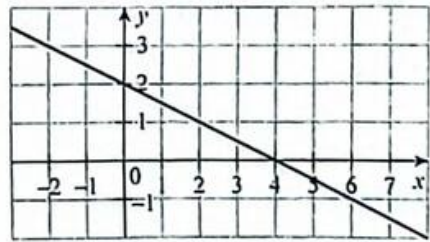
B. $m = \frac{2}{3}$

C. $m = \frac{3}{2}$

D. $m = 3$

Zadanie 7.6. [matura, czerwiec 2013, zadanie 18. (1 pkt)]

Wskaż równanie prostej, której fragment przedstawiony jest na wykresie obok



- A. $x - 2y - 4 = 0$ B. $x + 2y + 4 = 0$
 C. $x - 2y + 4 = 0$ D. $x + 2y - 4 = 0$

Zadanie 7.7. [matura, czerwiec 2013, zadanie 25. (1 pkt)]

Dana jest prosta l o równaniu $y = -\frac{2}{5}x$. Prosta k równoległa do prostej l i przecinająca oś Oy w punkcie o współrzędnych $(0, 3)$ ma równanie

- A. $y = -0,4x + 3$ B. $y = -0,4x - 3$ C. $y = 2,5x + 3$ D. $y = 2,5x - 3$

Zadanie 7.8. [matura, maj 2014, zadanie 8. (1 pkt)]

Punkt $C = (0, 2)$ jest wierzchołkiem trapezu $ABCD$, którego podstawa AB jest zawarta w prostej o równaniu $y = 2x - 4$. Wskaż równanie prostej zawierającej podstawę CD .

- A. $y = \frac{1}{2}x + 2$ B. $y = -2x + 2$ C. $y = -\frac{1}{2}x + 2$ D. $y = 2x + 2$

Zadanie 7.9. [matura, czerwiec 2014, zadanie 1. (1 pkt)]

Na prostej o równaniu $y = ax + b$ leżą punkty $K = (1, 0)$, $L = (0, 1)$. Wynika stąd, że

- A. $a = -1$ i $b = 1$ B. $a = 1$ i $b = -1$ C. $a = -1$ i $b = -1$ D. $a = 1$ i $b = 1$

Zadanie 7.10. [matura, czerwiec 2014, zadanie 22. (1 pkt)]

Proste o równaniach: $y = mx - 5$ oraz $y = (1 - 2m)x + 7$ są równoległe, gdy

- A. $m = -1$ B. $m = -\frac{1}{3}$ C. $m = \frac{1}{3}$ D. $m = 1$

Zadanie 7.11. [matura, sierpień 2014, zadanie 19. (1 pkt)]

Dane są równania czterech prostych:

$$k: y = \frac{1}{2}x + 5, \quad l: y = 2x + 5, \quad m: y = -2x + 3, \quad n: y = 2x - 5$$

Prostopadłe są proste

- A. l i n B. l i m C. k i n D. k i m

Zadanie 7.12. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 8. (0-1)]

Równania $y = -\frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ oraz $y = -\frac{4}{3}$ opisują dwie proste

- A. przecinające się pod kątem o mierze 90° . B. pokrywające się.
 C. przecinające się pod kątem różnym od 90° . D. równoległe i różne.

Zadanie 7.13. [matura, maj 2015, zadanie 18. (1 pkt)]

Prosta l o równaniu $y = m^2x + 3$ jest równoległa do prostej k o równaniu $y = (4m - 4)x - 3$.

Zatem

- A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = -2 - 2\sqrt{2}$ D. $m = 2 + 2\sqrt{2}$

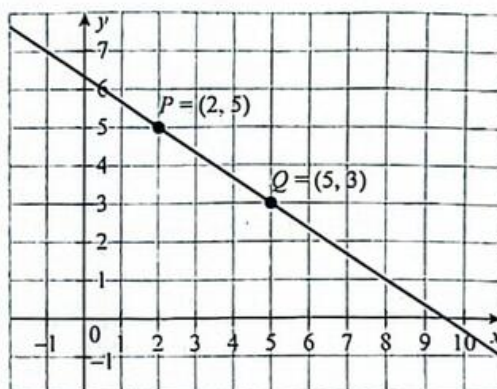
Zadanie 7.14. [matura, maj 2015, zadanie 19. (1 pkt)]

Proste o równaniach: $y = 2mx - m^2 - 1$ oraz $y = 4m^2x + m^2 + 1$ są prostopadłe dla

- A. $m = -\frac{1}{2}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Zadanie 7.15. [matura, maj 2015, zadanie 10. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono fragment prostej o równaniu $y = ax + b$



Współczynnik kierunkowy tej prostej jest równy

- A. $a = -\frac{3}{2}$ B. $a = -\frac{2}{3}$
C. $a = -\frac{2}{5}$ D. $a = -\frac{3}{5}$

Zadanie 7.16. [matura, maj 2015, zadanie 18. (1 pkt)]

Dane są punkty $M = (3, -5)$, $N = (-1, 7)$. Prosta przechodząca przez te punkty ma równanie

- A. $y = -3x + 4$ B. $y = 3x - 4$ C. $y = -\frac{1}{3}x + 4$ D. $y = 3x + 4$

Zadanie 7.17. [matura, czerwiec 2015, zadanie 10. (1 pkt)]

Prosta k przecina oś Oy układu współrzędnych w punkcie $(0, 6)$ i jest równoległa do prostej o równaniu $y = -3x$. Wówczas prosta k przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie

- A. $(-12, 0)$ B. $(-2, 0)$ C. $(2, 0)$ D. $(6, 0)$

Zadanie 7.18. [matura, maj 2016, zadanie 20. (1 pkt)]

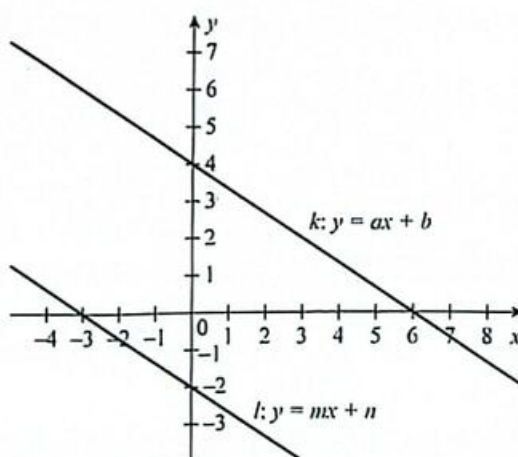
Proste opisane równaniami $y = \frac{2}{m-1}x + m - 2$ oraz $y = mx + \frac{1}{m+1}$ są prostopadłe, gdy

- A. $m = 2$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = \frac{1}{3}$ D. $m = -2$

Zadanie 7.19. [matura, czerwiec 2016, zadanie 23. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawione są dwie proste równoległe k i l o równaniach $y = ax + b$ oraz $y = mx + n$. Początek układu współrzędnych leży między tymi prostymi.

Zatem



- A. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n > 0$
- B. $a \cdot m > 0$ i $b \cdot n < 0$
- C. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n > 0$
- D. $a \cdot m < 0$ i $b \cdot n < 0$

Zadanie 7.20. [matura, sierpień 2016, zadanie 14. (1 pkt)]

Na której z podanych prostych leżą wszystkie punkty o współrzędnych $(m-1, 2m+5)$, gdzie m jest dowolną liczbą rzeczywistą?

- A. $y = 2x + 5$
- B. $y = 2x + 6$
- C. $y = 2x + 7$
- D. $y = 2x + 8$

Zadanie 7.21. [matura, maj 2017, zadanie 19. (1 pkt)]

Na płaszczyźnie z układem współrzędnych proste k i l przecinają się pod kątem prostym w punkcie $A = (-2, 4)$. Prosta k jest określona równaniem $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$. Zatem prostą l opisuje równanie

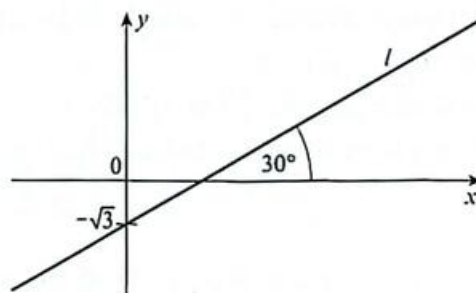
- A. $y = \frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$
- B. $y = -\frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$
- C. $y = 4x - 12$
- D. $y = 4x + 12$

Zadanie 7.22. [matura, sierpień 2017, zadanie 21. (1 pkt)]

Prosta l jest nachylona do osi Ox pod kątem 30° i przecina oś Oy w punkcie $(0, -\sqrt{3})$ (zobacz rysunek).

Prosta l ma równanie

- A. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$
- B. $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$
- C. $y = \frac{1}{2}x - \sqrt{3}$
- D. $y = \frac{1}{2}x + \sqrt{3}$

**Zadanie 7.23.** [matura, maj 2019, zadanie 17. (1 pkt)]

Proste o równaniach $y = (2m+2)x - 2019$ oraz $y = (3m-3)x + 2019$ są równoległe, gdy

- A. $m = -1$
- B. $m = 0$
- C. $m = 1$
- D. $m = 5$

ZADANIA

✂ **Zadanie 7.24.** [matura, maj 2019, zadanie 18. (1 pkt)]

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -4x + 1$ i przechodzi przez punkt $P = \left(\frac{1}{2}, 0\right)$, gdy

- A. $a = -4$ i $b = -2$ B. $a = \frac{1}{4}$ i $b = -\frac{1}{8}$ C. $a = -4$ i $b = 2$ D. $a = \frac{1}{4}$ i $b = \frac{1}{2}$

Zadanie 7.25. [matura, maj 2020, zadanie 18. (1 pkt)]

Prosta przechodząca przez punkty $A = (3, -2)$ i $B = (-1, 6)$ jest określona równaniem

- A. $y = -2x + 4$ B. $y = -2x - 8$ C. $y = 2x + 8$ D. $y = 2x - 4$

✂ **Zadanie 7.26.** [matura, wrzesień 2020, zadanie 21. (1 pkt)]

W prostokątnym układzie współrzędnych na płaszczyźnie parę prostych prostopadłych opisują równania

- A. $y = 2x$ i $y = -\frac{1}{2}$ B. $y = -2x$ i $y = \frac{1}{2}x$ C. $y = 2x$ i $y = \frac{1}{2}x$ D. $y = 2$ i $y = -2x$

✂ **Zadanie 7.27.** [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 21. (1 pkt)]

Proste o równaniach $y = 3ax - 2$ i $y = 2x + 3a$ są prostopadłe. Wtedy a jest równe

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. $\frac{3}{2}$ D. -5

Zadanie 7.28. [matura, czerwiec 2021, zadanie 24. (1 pkt)]

Obrazem prostej o równaniu $x - 2y + 3 = 0$ w symetrii osiowej względem osi Oy jest prosta o równaniu

- A. $-x + 2y + 3 = 0$ B. $-x + 2y - 3 = 0$ C. $x + 2y - 3 = 0$ D. $x + 2y + 3 = 0$

✂ **Zadanie 7.29.** [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 19. (2 pkt)]

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dana jest prosta k o równaniu $y = -3x - 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

Jedną z prostych równoległych do prostej k jest prosta o równaniu

- A. $y = 3x + 2$ B. $y = -3x + 2$ C. $y = \frac{1}{3}x + 1$ D. $y = -\frac{1}{3}x + 1$

Jedną z prostych prostopadłych do prostej k jest prosta o równaniu

- E. $y = \frac{1}{3}x + 2$ F. $y = -\frac{1}{3}x + 2$ G. $y = 3x + 1$ H. $y = -3x + 1$

Zadanie 7.30. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 15. (1 pkt)]

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dana jest prosta k o równaniu $y = 3x + b$, przechodząca przez punkt $A = (-1, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik b w równaniu tej prostej jest równy

- A. 0 B. 6 C. (-10) D. 8

Zadanie 7.31. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 17. (1 pkt)]

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są:

- prosta k o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 5$
- prosta l o równaniu $y - 1 = -2x$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k i l

- A. się pokrywają.
C. są prostopadłe.

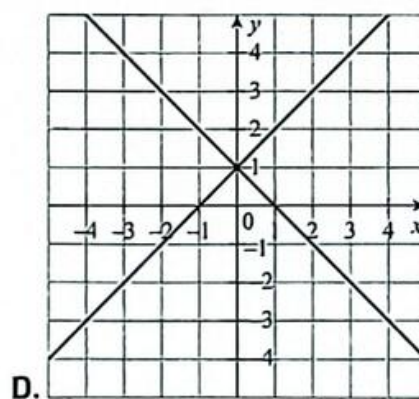
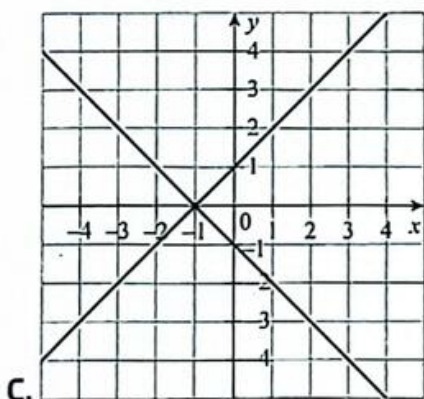
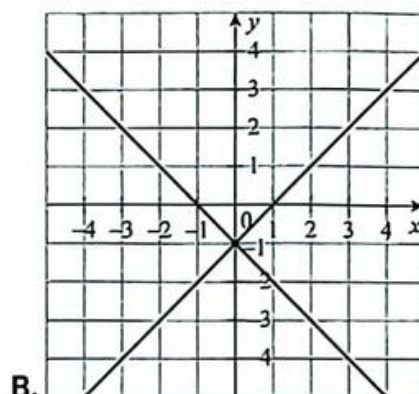
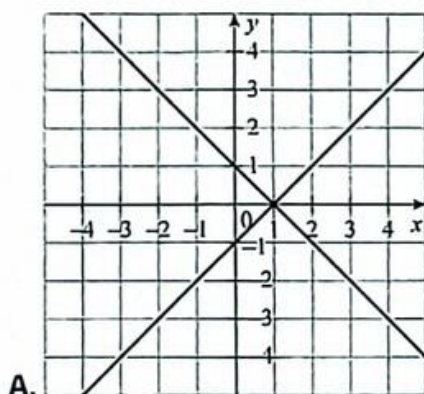
- B. nie mają punktów wspólnych.
D. przecinają się pod kątem 30° .

Zadanie 7.32. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 10. (1 pkt)]

Dany jest układ równań

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x + 1 \end{cases}$$

Na którym z rysunków A–D przedstawiona jest interpretacja geometryczna tego układu równań? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.



Zadanie 7.33. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 28. (1 pkt)]

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są proste k oraz l o równaniach

$$k : y = \frac{1}{3}x - 1$$

$$l : y = -3x + 6$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l

- A. nie mają punktów wspólnych. B. są prostopadłe.
C. przecinają się w punkcie $P = (0, -1)$. D. się pokrywają.

Zadanie 7.34. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 29. (1 pkt)]

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są punkty $A = (1, 2)$ i $B = (2m, m)$, gdzie m jest liczbą rzeczywistą, oraz prosta k o równaniu $y = -x - 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta przechodząca przez punkty A i B jest równoległa do prostej k , gdy

- A. $m = -1$ B. $m = 1$ C. $m = \frac{1}{2}$ D. $m = 2$

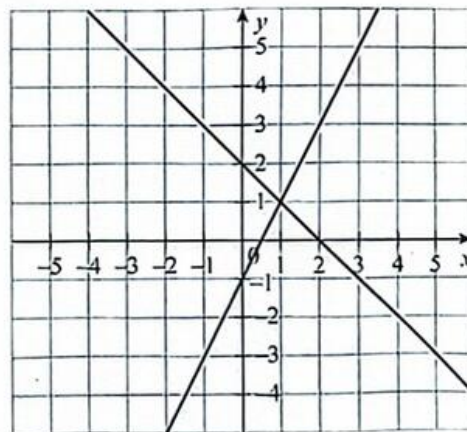
Zadanie 7.35. [matura, maj 2023, zadanie 10. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) jednego z niżej zapisanych układów równań A–D.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

- A. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$



Zadanie 7.36. [matura, maj 2023, zadanie 23. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k : y = \frac{2}{3}x$$

$$l : y = -\frac{3}{2}x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Proste k oraz l

A.	są prostopadłe	i przecinają się w punkcie P o współrzędnych	1.	$(-6, -4)$
			2.	$(6, 4)$
B.	nie są prostopadłe		3.	$(-6, 4)$

Zadanie 7.37. [matura, maj 2023, zadanie 24. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $P = (3, 5)$, gdy

- A. $a = 3$ i $b = 4$ B. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 4$ C. $a = 3$ i $b = -4$ D. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 6$

Zadanie 7.38. [matura, czerwiec 2023, zadanie 12. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) prosta o równaniu $y = ax + b$ przechodzi przez punkty $A = (-3, -1)$ oraz $B = (4, 3)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik a w równaniu tej prostej jest równy

- A. (-4) B. $\left(-\frac{1}{2}\right)$ C. 2 D. $\frac{4}{7}$

Zadanie 7.39. [matura, sierpień 2023, zadanie 10. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , punkt $(-8, 6)$ jest punktem przecięcia prostych o równaniach

- A. $2x + 3y = 2$ i $-x + y = -14$. B. $3x + 2y = -12$ i $2x + y = 10$.
C. $x + y = -2$ i $x - 2y = 4$. D. $x - y = -14$ i $-2x + y = 22$.

Zadanie 7.40. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 18. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta l o równaniu $y = \frac{3}{2}x - \frac{15}{2}$.

Prosta k jest prostopadła do prostej l i przechodzi przez punkt $P = (6, 0)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta k ma równanie

- A. $y = \frac{3}{2}x + 6$ B. $y = -\frac{2}{3}x + 6$ C. $y = \frac{3}{2}x - 9$ D. $y = -\frac{2}{3}x + 4$

Zadanie 7.41. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 19. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k : y = -\frac{1}{2}x - 7$$

$$l : y = (2m - 1)x + 13.$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są równoległe, gdy

A. $m = \left(-\frac{1}{2}\right)$

B. $m = \frac{1}{4}$

C. $m = \frac{3}{2}$

D. $m = 2$

Zadanie 7.42. [matura, maj 2024, zadanie 11. (1 pkt)]

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono dwie proste równoległe, które są interpretacją geometryczną jednego z poniższych układów równań A–D.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

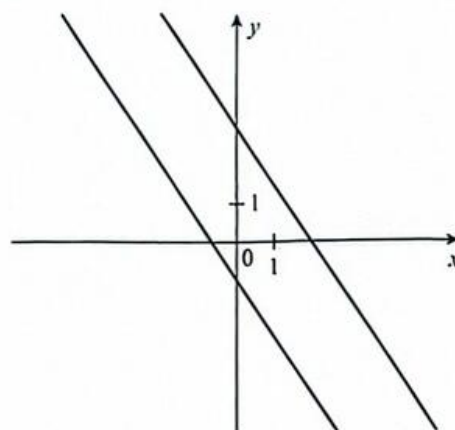
Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

A. $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = -\frac{2}{3}x - 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x + 3 \\ y = \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - 3 \\ y = \frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$

**Zadanie 7.43.** [matura, maj 2024, zadanie 23. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) proste k oraz l są określone równaniami

$$k : y = (m + 1)x + 7$$

$$l : y = -2x + 7$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k oraz l są prostopadłe, gdy liczba m jest równa

A. $\left(-\frac{1}{2}\right)$

B. $\frac{1}{2}$

C. (-3)

D. 1

8. Układ równań liniowych

Zadanie 8.1. [matura, maj 2011, zadanie 4. (1 pkt)]

Układ równań $\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 6x + ay = 15 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań, jeśli

- A. $a = -1$ B. $a = 0$ C. $a = 2$ D. $a = 3$

Zadanie 8.2. [matura, sierpień 2011, zadanie 3. (1 pkt)]

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ jest

- A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$

Zadanie 8.3. [matura, maj 2013, zadanie 4. (1 pkt)]

Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 5x + 3y = 3 \\ 8x - 6y = 48 \end{cases}$ jest para liczb

- A. $x = -3$ i $y = 4$ B. $x = -3$ i $y = 6$ C. $x = 3$ i $y = -4$ D. $x = 9$ i $y = 4$

Zadanie 8.4. [matura, sierpień 2013, zadanie 4. (1 pkt)]

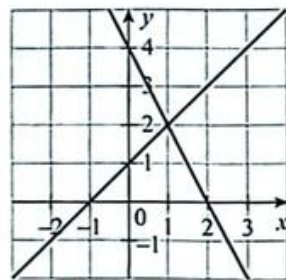
Rozwiązaniem układu równań $\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 2x - y = 14 \end{cases}$ jest para liczb (x, y) taka, że

- A. $x < 0$ i $y < 0$ B. $x < 0$ i $y > 0$ C. $x > 0$ i $y < 0$ D. $x > 0$ i $y > 0$

Zadanie 8.5. [matura, maj 2014, zadanie 1. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań

- A. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$



Zadanie 8.6. [matura, maj 2015, zadanie 5. (1 pkt)]

Układu równań $\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 0,5y = 4 \end{cases}$ opisuje w układzie współrzędnych na płaszczyźnie

- A. zbiór pusty. B. dokładnie jeden punkt.
C. dokładnie dwa różne punkty. D. zbiór nieskończony.

Zadanie 8.17. [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 5. (1 pkt)]

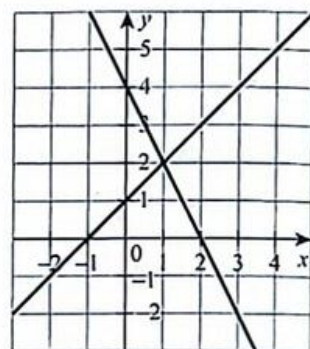
Para liczb $x = 1, y = -3$ spełnia układ równań $\begin{cases} x - y = a^2 \\ (1 + a)x - 3y = -4a \end{cases}$. Wtedy a jest równe

- A. 2 B. -2 C. $\sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2}$

Zadanie 8.18. [matura, maj 2021, zadanie 8. (1 pkt)]

Na rysunku obok przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań. Wskaż ten układ, którego geometryczną interpretację przedstawiono na rysunku.

- A. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

**Zadanie 8.19.** [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 9. (1 pkt)]

Klient banku wypłacił z bankomatu kwotę 1040 zł. Bankomat wydał kwotę w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł. Banknotów 100-złotowych było dwa razy więcej niż 50-złotowych, a banknotów 20-złotowych było o 2 mniej niż 50-złotowych.

Niech x oznacza liczbę banknotów 50-złotowych, a y – liczbę banknotów 20-złotowych, które otrzymał ten klient.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poprawny układ równań prowadzący do obliczenia liczb x i y to

- A. $\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$

Zadanie 8.20. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 3. (1 pkt)]

Właściciel sklepu kupił w hurtowni 50 par identycznych spodni po x zł za parę i 40 identycznych marynarek po y zł za sztukę. Za zakupy w hurtowni zapłacił 8000 zł. Po doliczeniu marży 50% na każdą parę spodni i 20% na każdą marynarkę ceny detaliczne spodni i marynarki były jednakowe.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cenę pary spodni x oraz cenę marynarki y , jakie trzeba zapłacić w hurtowni, można obliczyć z układu równań

- A. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$ B. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$
 C. $\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$

Zadanie 8.21. [matura, maj 2023, zadanie 11. (2 pkt)]

Dany jest prostokąt o bokach długości a i b , gdzie $a > b$. Obwód tego prostokąta jest równy 30. Jeden z boków prostokąta jest o 5 krótszy od drugiego.

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wy kropkowanych miejscach.

Zależności między długościami boków tego prostokąta zapisano w układach równań oznaczonych literami:

..... oraz

A. $\begin{cases} 2ab = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2a + b = 30 \\ a = 5b \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2(a + b) = 30 \\ b = a - 5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ b = 5a \end{cases}$

E. $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$

F. $\begin{cases} a + b = 30 \\ a = b + 5 \end{cases}$

Zadanie 8.22. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 6. (1 pkt)]

Dany jest układ równań $\begin{cases} x - 3y + 5 = 0 \\ 2x + y + 3 = 0 \end{cases}$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Rozwiązaniem tego układu równań jest para liczb

A. $x = 1$ i $y = 2$

B. $x = 0$ i $y = -3$

C. $x = -2$ i $y = 1$

D. $x = -1$ i $y = -1$

Zadanie 8.23. [matura, maj 2024, zadanie 10. (1 pkt)]

W październiku 2022 roku założono dwa sady, w których posadzono łącznie 1960 drzew. Po roku stwierdzono, że uschło 5% drzew w pierwszym sadzie i 10% drzew w drugim sadzie. Uschnięte drzewa usunięto, a nowych nie dosadzano. Liczba drzew, które pozostały w drugim sadzie, stanowiła 60% liczby drzew, które pozostały w pierwszym sadzie. Niech x oraz y oznaczają liczby drzew posadzonych – odpowiednio – w pierwszym i drugim sadzie.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego poprawne rozwiązanie prowadzi do obliczenia liczby x drzew posadzonych w pierwszym sadzie oraz liczby y drzew posadzonych w drugim sadzie, jest

A. $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0,6 \cdot 0,95x = 0,9y \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0,95x = 0,6 \cdot 0,9y \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0,05x = 0,6 \cdot 0,1y \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = 1960 \\ 0,4 \cdot 0,95x = 0,9y \end{cases}$

Zadanie 8.24. [matura, czerwiec 2024, zadanie 7. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układ równań $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ -4x + 8y = -12 \end{cases}$

A. nie ma rozwiązania.

B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.

C. ma dokładnie dwa rozwiązania.

D. ma nieskończenie wiele rozwiązań.

9. Funkcja kwadratowa

Zadanie 9.1. [matura, maj 2010, zadanie 8. (1 pkt)]

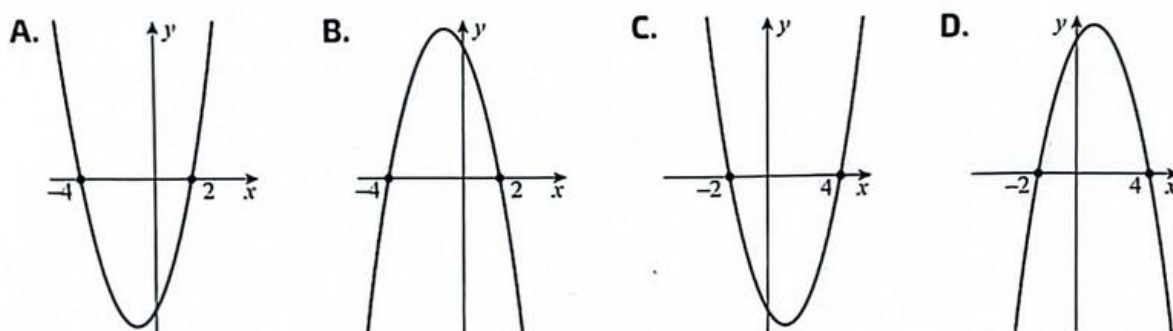
Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = -3x^2 + 3$ jest parabola o wierzchołku w punkcie

- A. $(3, 0)$ B. $(0, 3)$ C. $(-3, 0)$ D. $(0, -3)$

Zadanie 9.2. [matura, maj 2011, zadanie 9. (1 pkt)]

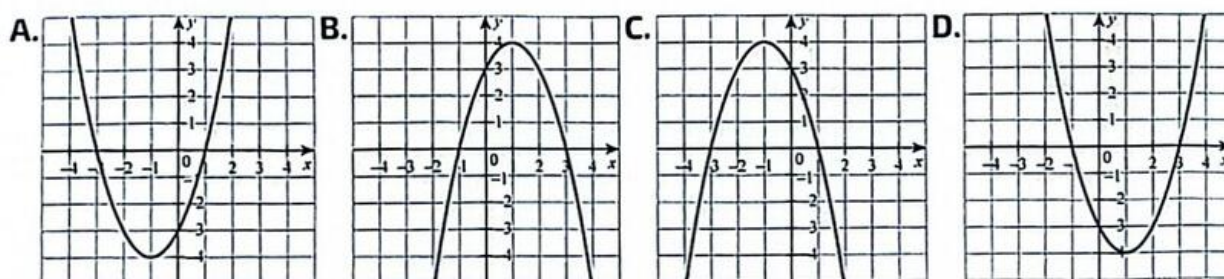
Dane są funkcje liniowe $f(x) = x - 2$ oraz $g(x) = x + 4$ określone dla wszystkich liczb rzeczywistych x . Wskaż, który z poniższych wykresów jest wykresem funkcji

$$h(x) = f(x) \cdot g(x).$$



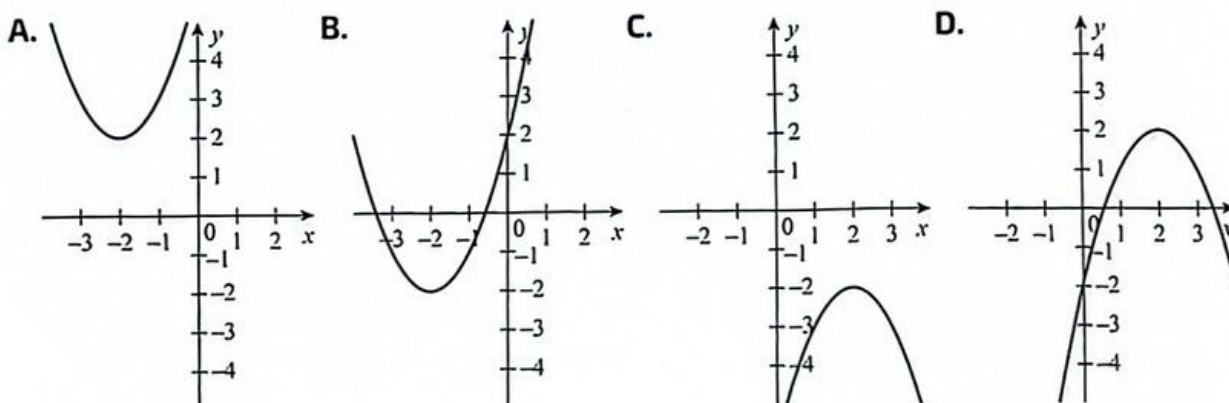
Zadanie 9.3. [matura, czerwiec 2012, zadanie 5. (1 pkt)]

Na jednym z poniższych rysunków przedstawiono fragment wykresu funkcji $y = x^2 + 2x - 3$. Wskaż ten rysunek.



Zadanie 9.4. [matura, sierpień 2012, zadanie 8. (1 pkt)]

Wskaż fragment wykresu funkcji kwadratowej, której zbiorem wartości jest $\langle -2, +\infty \rangle$.



Zadanie 9.5. [matura, maj 2013, zadanie 6. (1 pkt)]

Wierzchołkiem paraboli o równaniu $f(x) = -3(x-2)^2 + 4$ jest punkt o współrzędnych

- A. $(-2, -4)$ B. $(-2, 4)$ C. $(2, -4)$ D. $(2, 4)$

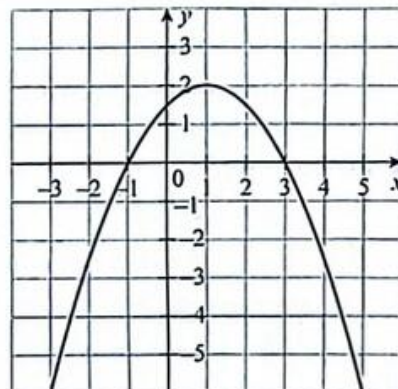
Zadanie 9.6. [matura, sierpień 2013, zadanie 9. (1 pkt)]

Wierzchołek paraboli o równaniu $y = (x-1)^2 + 2c$ leży na prostej o równaniu $y = 6$. Wtedy

- A. $c = -6$ B. $c = -3$ C. $c = 3$ D. $c = 6$

Zadanie 9.7. [matura, maj 2014, zadanie 7. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f .



Funkcja f jest określona wzorem

- A. $f(x) = \frac{1}{2}(x+3)(x-1)$ B. $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)(x+1)$
 C. $f(x) = -\frac{1}{2}(x+3)(x-1)$ D. $f(x) = -\frac{1}{2}(x-3)(x+1)$

Zadanie 9.8. [matura, maj 2014, zadanie 26. (2 pkt)]

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 + bx + c$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W = (4, 0)$. Oblicz wartości współczynników b i c .

Zadanie 9.9. [matura, czerwiec 2014, zadanie 10. (1 pkt)]

Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli o równaniu $y = (x+2)(x-4)$ jest równa

- A. -8 B. -4 C. 1 D. 2

Zadanie 9.10. [matura, sierpień 2014, zadanie 11. (1 pkt)]

Funkcja kwadratowa, której zbiorem wartości jest przedział $(-\infty, -3]$, może być określona wzorem

- A. $y = (x+2)^2 - 3$ B. $y = -(x+3)^2$ C. $y = -(x-2)^2 - 3$ D. $y = -x^2 + 3$

Zadanie 9.11. [matura, maj 2015, zadanie 11. (1 pkt)]

Funkcja kwadratowa określona jest wzorem $f(x) = x^2 + x + c$. Jeżeli $f(3) = 4$, to

- A. $f(1) = -6$ B. $f(1) = 0$ C. $f(1) = 6$ D. $f(1) = 18$

Zadanie 9.12. [matura, maj 2015, zadanie 29. (2 pkt)]

Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $\langle 0, 4 \rangle$.

Zadanie 9.13. [matura, czerwiec 2015, zadanie 30. (2 pkt)]

Funkcja kwadratowa f dla $x = -3$ przyjmuje wartość największą równą 4. Do wykresu funkcji f należy punkt $A = (-1, 3)$. Zapisz wzór funkcji kwadratowej f .

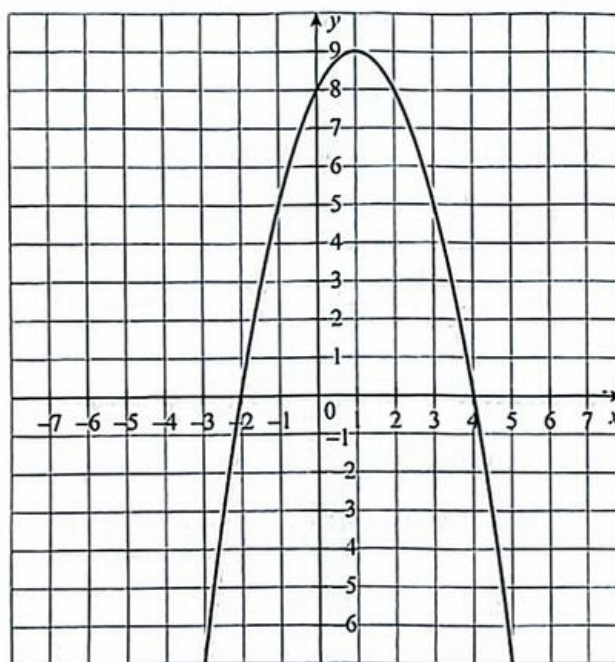
Zadanie 9.14. [matura, sierpień 2015, zadanie 34. (5 pkt)]

Funkcja kwadratowa f określona jest wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Zbiorem rozwiązań nierówności $f(x) > 0$ jest przedział $(0, 12)$. Największa wartość funkcji f jest równa 9. Oblicz współczynniki a , b i c funkcji f .

Informacje do zadań 9.15 i 9.16

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f .

Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (1, 9)$. Liczby -2 i 4 to miejsca zerowe funkcji f .

**Zadanie 9.15.** [matura, maj 2016, zadanie 10. (1 pkt)]

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

- A. $(-\infty, -2)$ B. $\langle -2, 4 \rangle$ C. $\langle 4, +\infty \rangle$ D. $(-\infty, 9)$

Zadanie 9.16. [matura, maj 2016, zadanie 11. (1 pkt)]

Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $\langle -1, 2 \rangle$ jest równa

- A. 2 B. 5 C. 8 D. 9

Zadanie 9.17. [matura, czerwiec 2016, zadanie 10. (1 pkt)]

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = -2(x+5)(x-11)$. Wskaż maksymalny przedział, w którym funkcja f jest rosnąca.

- A. $(-\infty, 3)$ B. $(-\infty, 5)$ C. $(-\infty, 11)$ D. $\langle 6, +\infty \rangle$

Zadanie 9.18. [matura, sierpień 2016, zadanie 10. (1 pkt)]

Jeśli funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 + 2x + 3a$ nie ma ani jednego miejsca zerowego, to liczba a spełnia warunek

- A. $a < -1$ B. $-1 \leq a < 0$ C. $0 \leq a < \frac{1}{3}$ D. $a > \frac{1}{3}$

Zadanie 9.19. [matura, sierpień 2016, zadanie 29. (2 pkt)]

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 11x$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f w przedziale $\langle -6, 6 \rangle$.

Zadanie 9.20. [matura, maj 2017, zadanie 29. (4 pkt)]

Funkcja kwadratowa f jest określona dla wszystkich liczb rzeczywistych x wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Największa wartość funkcji f jest równa 6 oraz $f(-6) = f(0) = \frac{3}{2}$. Oblicz wartość współczynnika a .

Zadanie 9.21. [matura, czerwiec 2017, zadanie 9. (1 pkt)]

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$ oraz $f(-1) = f(3) = 1$. Współczynnik b jest równy

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 3

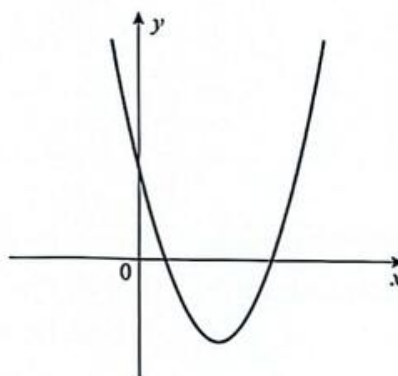
Zadanie 9.22. [matura, czerwiec 2017, zadanie 11. (1 pkt)]

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = (x-3)(7-x)$. Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji f należy do prostej o równaniu

- A. $y = -5$ B. $y = 5$ C. $y = -4$ D. $y = 4$

Zadanie 9.23. [matura, sierpień 2017, zadanie 10. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f jest określona wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$.



Współczynniki b i c spełniają warunki:

- A. $b < 0, c > 0$ B. $b < 0, c < 0$
C. $b > 0, c > 0$ D. $b > 0, c < 0$

Zadanie 9.24. [matura, sierpień 2017, zadanie 32. (4 pkt)]

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1 = -2$ i $x_2 = 6$. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $A = (1, -5)$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f .

Zadanie 9.25. [matura, maj 2018, zadanie 6. (1 pkt)]

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = -(x+3)(x-5)$. Liczby x_1, x_2 są różnymi miejscami zerowymi funkcji f . Zatem

- A. $x_1 + x_2 = -8$ B. $x_1 + x_2 = -2$ C. $x_1 + x_2 = 2$ D. $x_1 + x_2 = 8$

Zadanie 9.26. [matura, maj 2018, zadanie 9. (1 pkt)]

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x - 3$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

- A. $(-6, -3)$ B. $(-6, 69)$ C. $(3, -12)$ D. $(6, -3)$

Zadanie 9.27. [matura, czerwiec 2018, zadanie 10. (1 pkt)]

Największą wartością funkcji $y = -(x-2)^2 + 4$ w przedziale $\langle 3, 5 \rangle$ jest

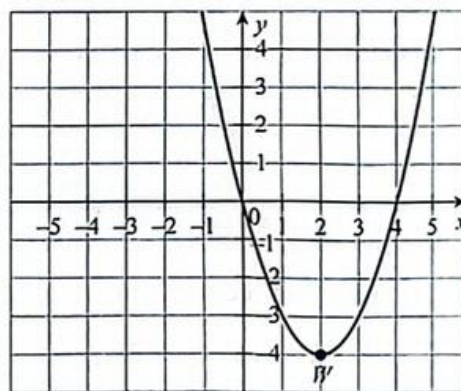
- A. 4 B. 3 C. 0 D. 5

Zadanie 9.28. [matura, czerwiec 2018, zadanie 27. (2 pkt)]

Wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = x^2 + bx + c$ jest parabola, na której leży punkt $A = (0, -5)$. Oś symetrii tej paraboli jest prosta o równaniu $x = 7$. Oblicz wartości współczynników b i c .

Informacja do zadań 9.29.–9.31.

Na rysunku przedstawiony jest fragment paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej f . Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W = (2, -4)$. Liczby 0 i 4 to miejsca zerowe funkcji f .

**Zadanie 9.29.** [matura, maj 2019, zadanie 8. (1 pkt)]

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

- A. $(-\infty, 0)$ B. $\langle 0, 4 \rangle$ C. $\langle -4, +\infty \rangle$ D. $\langle 4, +\infty \rangle$

Zadanie 9.30. [matura, maj 2019, zadanie 9. (1 pkt)]

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1, 4 \rangle$ jest równa

- A. -3 B. -4 C. 4 D. 0

Zadanie 9.31. [matura, maj 2019, zadanie 10. (1 pkt)]

Oś symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

- A. $y = -4$ B. $x = -4$ C. $y = 2$ D. $x = 2$

Zadanie 9.32. [matura, czerwiec 2019, zadanie 33. (4 pkt)]

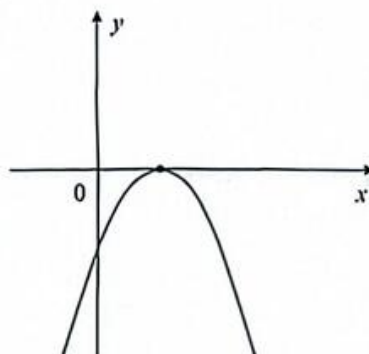
Liczby rzeczywiste x i z spełniają warunek $2x + z = 1$. Wyznacz takie wartości x i z , dla których wyrażenie $x^2 + z^2 + 7xz$ przyjmuje największą wartość. Podaj tę największą wartość.

Zadanie 9.33. [matura, czerwiec 2020, zadanie 11. (1 pkt)]

Na rysunku poniżej przedstawiono fragment funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$

Stąd wynika, że

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \end{cases}$

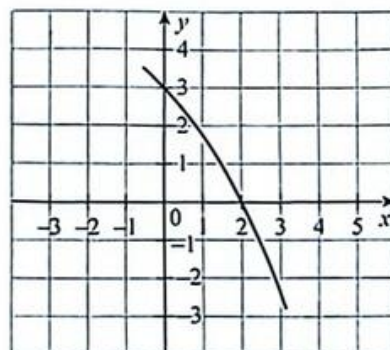
**Zadanie 9.34.** [matura, czerwiec 2021, zadanie 10. (1 pkt)]

Wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = -3(x+4)(x-2)$ jest parabola o wierzchołku $W = (p, q)$. Współrzędne wierzchołka W spełniają warunki

- A. $p > 0$ i $q > 0$ B. $p < 0$ i $q > 0$ C. $p < 0$ i $q < 0$ D. $p > 0$ i $q < 0$

Informacja do zadań 9.35. i 9.36.

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f . Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba 2. Do wykresu funkcji f należy punkt $(0, 3)$. Prosta o równaniu $x = -2$ jest osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji f .

**Zadanie 9.35.** [matura, czerwiec 2021, zadanie 11. (1 pkt)]

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

- A. -2 B. -3 C. -4 D. -6

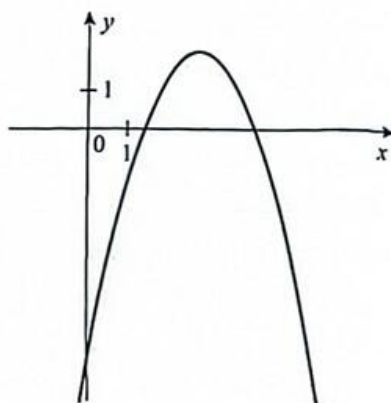
Zadanie 9.36. [matura, czerwiec 2021, zadanie 12. (1 pkt)]

Wartość funkcji f dla argumentu (-4) jest równa

- A. -2 B. 0 C. 3 D. 4

Zadanie 9.37. [matura, sierpień 2021, zadanie 12. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f .

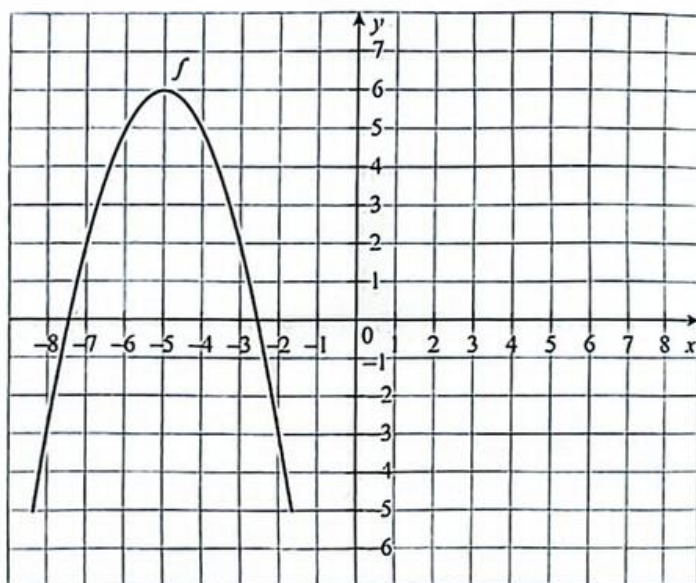


Jeden spośród podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji f .

- A. $f(x) = x^2 - 6x + 11$ B. $f(x) = x^2 + x + 2$
 C. $f(x) = x^2 - 6x - 7$ D. $f(x) = -x^2 + 6x - 7$

Zadanie 9.38. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 21.1. (1 pkt)]

Dana jest funkcja kwadratowa $y = f(x)$, której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych, jeżeli wiadomo, że jeden ze wzorów podanych w odpowiedziach A–D to wzór funkcji f .

Funkcja kwadratowa $y = f(x)$ jest określona wzorem

- A. $y = -(x + 5)^2 - 6$ B. $y = -(x + 5)^2 + 6$ C. $y = -(x - 5)^2 - 6$ D. $y = -(x - 5)^2 + 6$

Zadanie 9.39. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 21.2. (2 pkt)]

Do wykresu pewnej funkcji kwadratowej $y = g(x)$ należy punkt o współrzędnych $P = (2, -6)$. Ośią symetrii wykresu tej funkcji jest prosta o równaniu $x = 3$, a jednym z miejsc zerowych funkcji g jest $x_1 = 1$.

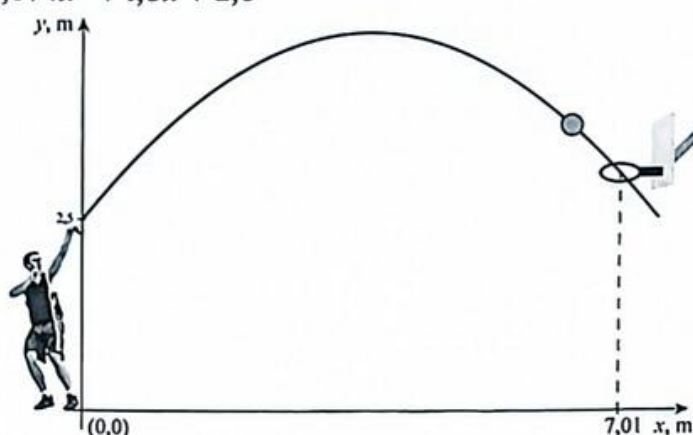
Wyznacz i zapisz wzór funkcji $y = g(x)$ w postaci iloczynowej.

Zadanie 9.40. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 22.]

Na podstawie zasad dynamiki można udowodnić, że torem rzutu – przy pominięciu oporów powietrza – jest fragment paraboli. Koszykarz wykonał rzut do kosza z odległości $x_k = 7,01$ m, licząc od środka piłki do środka obręczy kosza w linii poziomej. Do opisu toru ruchu przyjmie-
my układ współrzędnych, w którym środek piłki w chwili początkowej znajdował się w punkcie $x_0 = 0$, $y_0 = 2,50$ m. Środek piłki podczas rzutu poruszał się po paraboli danej równaniem:

Rzut okazał się udany, a środek piłki przeszedł dokładnie przez środek kołowej obręczy kosza. Na rysunku obok przedstawiono tę sytuację oraz tor ruchu piłki w układzie współrzędnych.

$$y = -0,174x^2 + 1,3x + 2,5$$



Zadanie 9.40. 1. [zadanie 22.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obręcz kosza znajduje się na wysokości (podanej w zaokrągleniu z dokładnością do 0,01 m)

A. 3,04 m

B. 3,06 m

C. 3,80 m

D. 4,93 m

Zadanie 9.40. 2. [zadanie 22.2. (2 pkt)]

Oblicz wysokość maksymalną, na jaką wzniesie się środek piłki podczas opisanego rzutu. Zapisz wynik w zaokrągleniu do drugiego miejsca po przecinku.

Zadanie 9.40. 3. [zadanie 22.3. (3 pkt)]

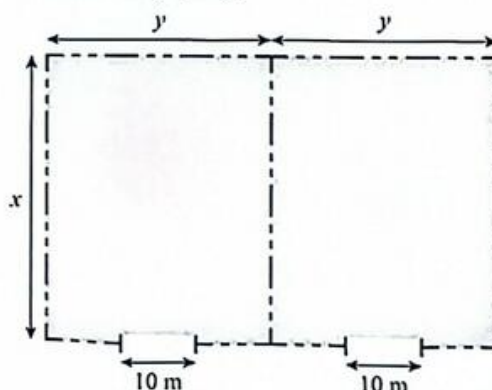
W opisanym rzucie piłka przeleciała swobodnie przez obręcz kosza i upadła na parkiet. Przyjmij, że obręcz kosza nie miała siatki, a na drodze rzutu nie było żadnej przeszkody. Promień piłki jest równy 0,12 m.

Oblicz współrzędną x punktu środka piłki w momencie, w którym piłka dotknęła parkietu. Zapisz wynik w zaokrągleniu do drugiego miejsca po przecinku.

Zadanie 9.41. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 28. (4 pkt)]

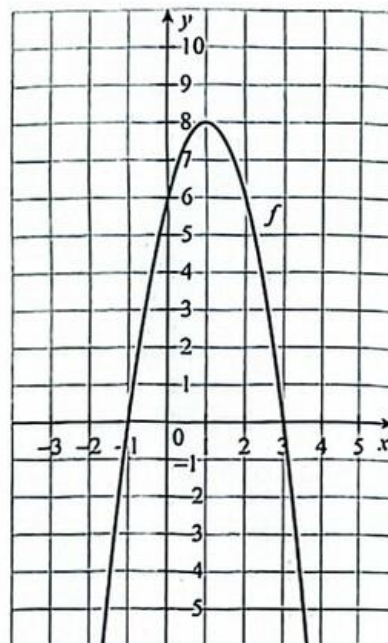
Powierzchnia magazynowa będzie się składała z dwóch identycznych prostokątnych działek połączonych wspólnym bokiem. Całość ma być ogrodzona plotem, przy czym obie działki będzie rozdzielał wspólny plot. W ogrodzeniu będą zamontowane dwie bramy wjazdowe, każda o szerokości 10 m (zobacz rysunek poniżej). Łączna długość płotu ogradzającego oraz rozdzielającego obie działki wyniesie 580 metrów, przy czym szerokości obu bram wjazdowych nie wliczają się w długość płotu.

Oblicz wymiary x i y każdej z dwóch prostokątnych działek, tak aby całkowite pole powierzchni magazynowej było największe.



Zadanie 9.42. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 10.]

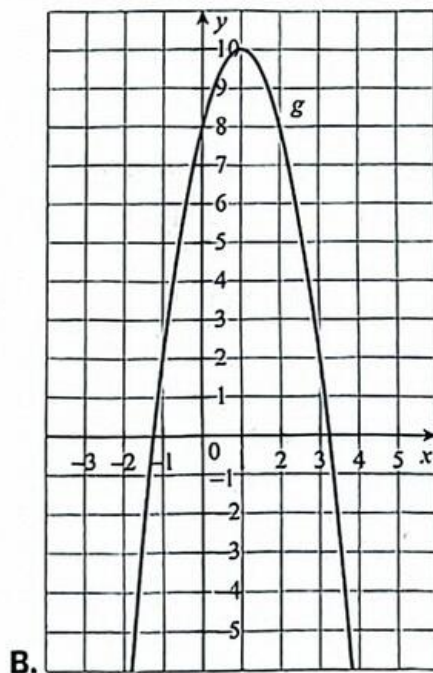
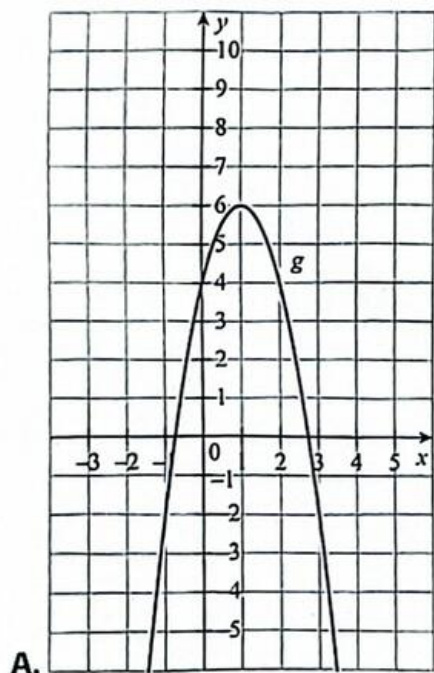
Dana jest funkcja kwadratowa f , której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.

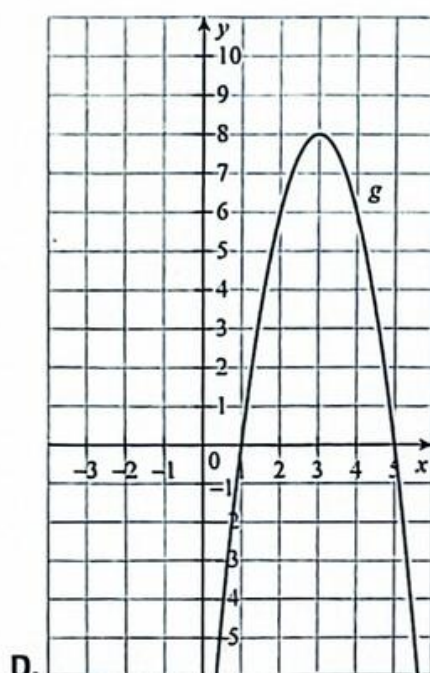
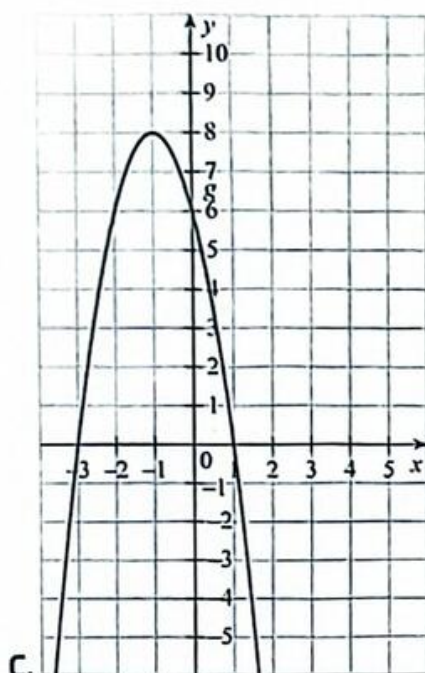
**Zadanie 9.42.1.** [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 10.1. (1 pkt)]

Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x - 2)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres funkcji g przedstawiono na rysunku





Zadanie 9.42.2. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 10.2. (1 pkt)]

Wyznacz i zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności:

$$f(x) \leq 0$$

Zadanie 9.42.3. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 10.3. (3 pkt)]

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej. Zapisz obliczenia.

Zadanie 9.43. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 29. (4 pkt)]

Rozważamy wszystkie równoległoboki o obwodzie równym 200 i kącie ostrym o mierze 30° . Podaj wzór i dziedzinę funkcji opisującej zależność pola takiego równoległoboku od długości x boku równoległoboku.

Oblicz wymiary tego z rozważanych równoległoboków, który ma największe pole, i oblicz to największe pole. Zapisz obliczenia.

Zadanie 9.44. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 13.]

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x-1)^2 + 2$.

Zadanie 9.44.1. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 13.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykresem funkcji f jest parabola, której wierzchołek ma współrzędne

- A. (1, 2) B. (-1, 2) C. (1, -2) D. (-1, -2)

Zadanie 9.44.2. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 13.2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

- A. $(-\infty, 2]$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(2, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

Zadanie 9.45. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 23. (4 pkt)]

Rodzinna firma stolarska produkuje małe wiatraki ogrodowe. Na podstawie analizy rzeczywistych wpływów i wydatków stwierdzono, że:

- przychód P (w złotych) z tygodniowej sprzedaży x wiatraków można opisać funkcją $P(x) = 251x$
- koszt K (w złotych) produkcji x wiatraków w ciągu jednego tygodnia można określić funkcją $K(x) = x^2 + 21x + 170$.

Tygodniowo w zakładzie można wyprodukować co najwyżej 150 wiatraków.

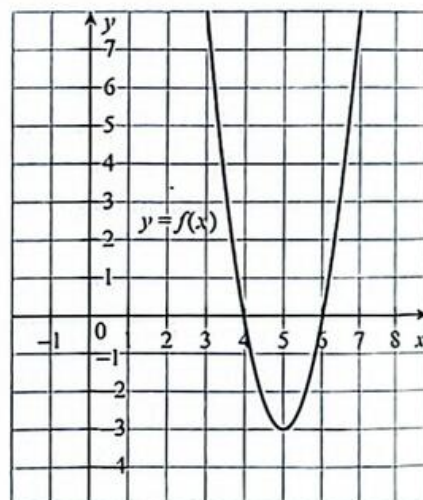
Oblicz, ile tygodniowo wiatraków należy sprzedać, aby zysk zakładu w ciągu jednego tygodnia był największy. Oblicz ten największy zysk.

Zapisz obliczenia.

Wskazówka: przyjmij, że zysk jest różnicą przychodu i kosztów.

Zadanie 9.46. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 7.]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , ma współrzędne $(5, -3)$. Jeden z punktów przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych ma współrzędne $(4, 0)$.

**Zadanie 9.46.1.** [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 7.1. (1 pkt)]

Zapisz poniżej zbiór wszystkich wartości funkcji f .

Zadanie 9.46.2. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 7.2. (2 pkt)]

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

Zapisz obliczenia

Zadanie 9.47. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 9. (1 pkt)]

Dana jest funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a , b i c są liczbami rzeczywistymi takimi, że $a \neq 0$ oraz $c < 0$. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Wykres funkcji f leży w całości

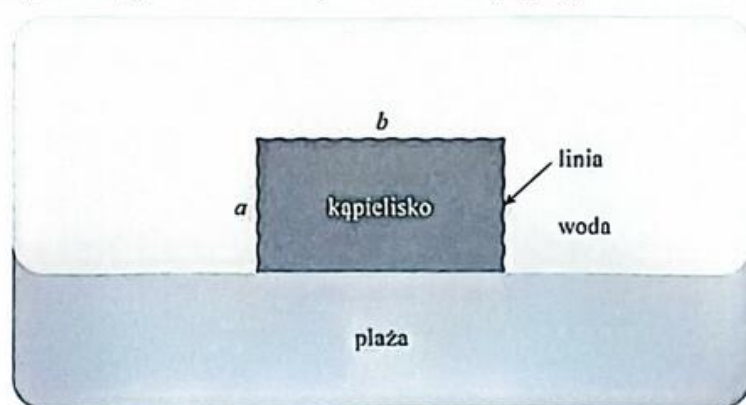
A.	nad osią Ox ,	ponieważ	1.	$a < 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
			2.	$a > 0$ i $b^2 - 4ac < 0$.
B.	pod osią Ox ,		3.	$a < 0$ i $b^2 - 4ac = 0$.

Zadanie 9.48. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 20. (4 pkt)]

Do wyznaczenia trzech boków pewnego kąpieliska w kształcie prostokąta należy użyć liny o długości 200 m. Cztery bok tego kąpieliska będzie pokrywał się z brzegiem plaży, który w tym miejscu jest linią prostą (zobacz rysunek).

Oblicz wymiary a i b kąpieliska tak, aby jego pole było największe (treść nieco zmieniona).

Zapisz obliczenia.

**Zadanie 9.49.** [matura, maj 2023, zadanie 14. (1 pkt)]

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest liczba (-5) . Pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli, będącej wykresem funkcji f , jest równa 3.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

- A. 11 B. 1 C. (-1) D. (-13)

Zadanie 9.50. [matura, maj 2023, zadanie 31.]

Właściciel pewnej apteki przeanalizował dane dotyczące liczby obsługiwanych klientów z 30 kolejnych dni. Przyjmijmy, że liczbę L obsługiwanych klientów n -tego dnia opisuje funkcja $L(n) = -n^2 + 22n + 279$

gdzie n jest liczbą naturalną spełniającą warunki $n \geq 1$ i $n \leq 30$.

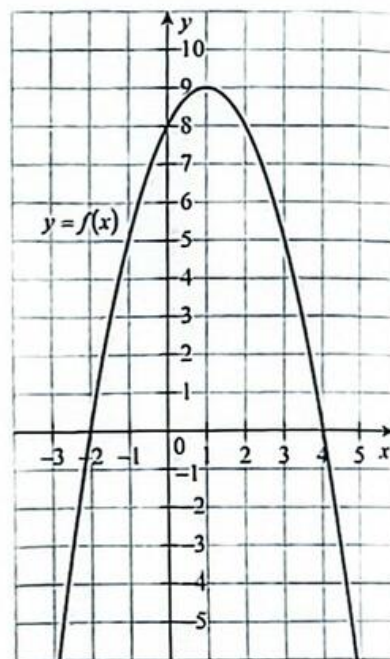
Zadanie 9.55. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 30. (4 pkt)]

Zgodnie z założeniem architekta okno na poddaszu ma mieć kształt trapezu równoramiennego, który nie jest równoległobokiem. Dłuższa podstawa trapezu ma mieć długość 12 dm, a suma długości krótszej podstawy i wysokości tego trapezu ma być równa 18 dm.

Oblicz, jaką długość powinna mieć krótsza podstawa tego trapezu, tak aby pole powierzchni okna było największe. Oblicz to pole. Zapisz obliczenia.

Zadanie 9.56. [matura, maj 2024, zadanie 14.]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment paraboli, która jest wykresem funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek tej paraboli oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają obie współrzędne całkowite.

**Zadanie 9.56.1.** [matura, maj 2024, zadanie 14.1. (1 pkt)]

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wy kropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \geq 0$ jest przedział

Zadanie 9.56.2. [matura, maj 2024, zadanie 14.2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem

A. $f(x) = -(x+1)^2 - 9$

B. $f(x) = -(x-1)^2 + 9$

C. $f(x) = -(x-1)^2 - 9$

D. $f(x) = -(x+1)^2 + 9$

Zadanie 9.56.3. [matura, maj 2024, zadanie 14.3. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Dla funkcji f prawdziwa jest równość

A. $f(-4) = f(6)$

B. $f(-4) = f(5)$

C. $f(-4) = f(4)$

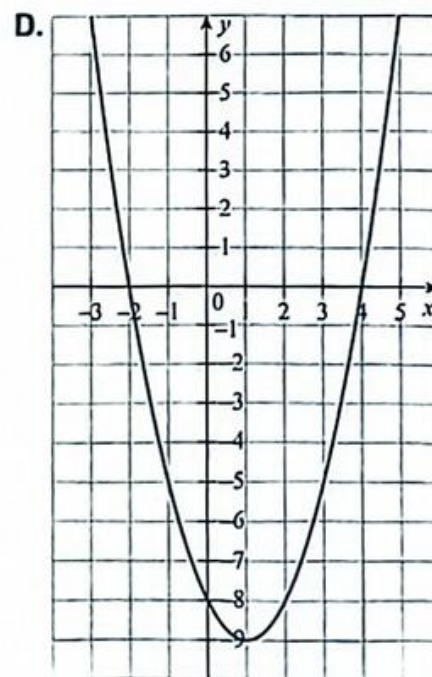
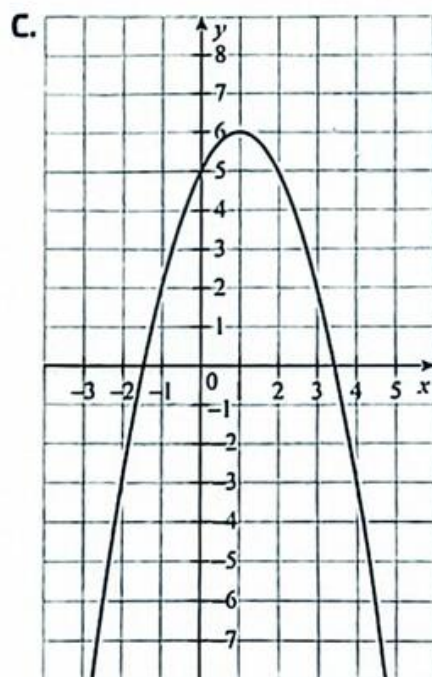
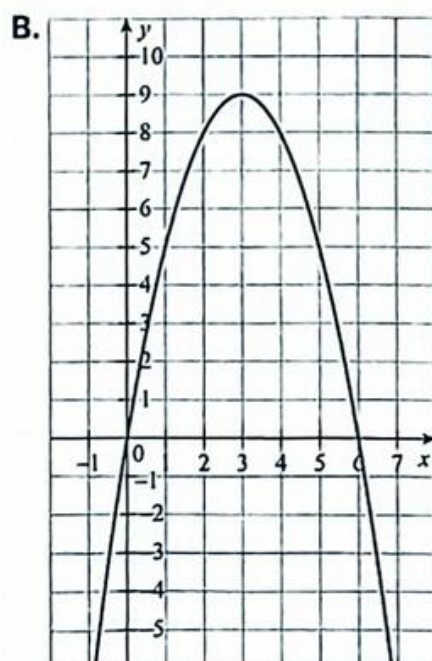
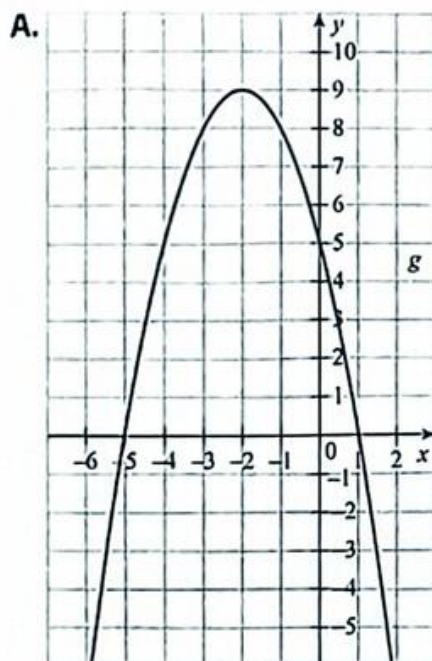
D. $f(-4) = f(7)$

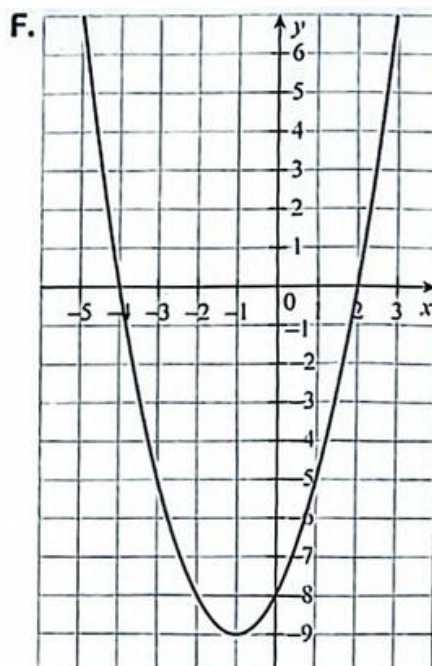
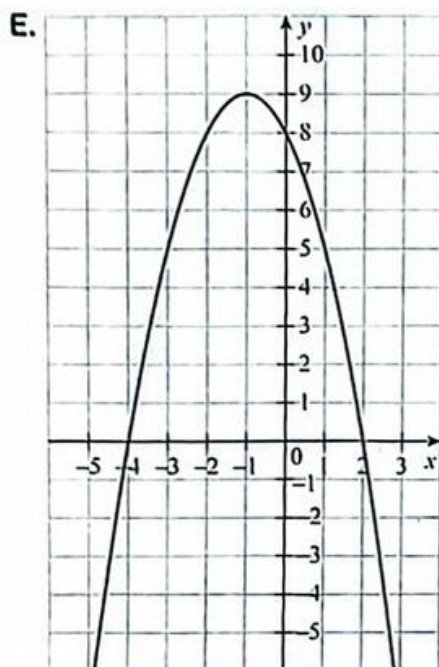
Zadanie 9.56.4. [matura, maj 2024, zadanie 14.4. (2 pkt)]

Funkcje kwadratowe g oraz h są określone za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(x + 3)$, $h(x) = f(-x)$. Na rysunkach A–F przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , fragmenty wykresów różnych funkcji – w tym fragment wykresu funkcji g oraz fragment wykresu funkcji h .

Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

Fragment wykresu funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku	
Fragment wykresu funkcji $y = h(x)$ przedstawiono na rysunku	





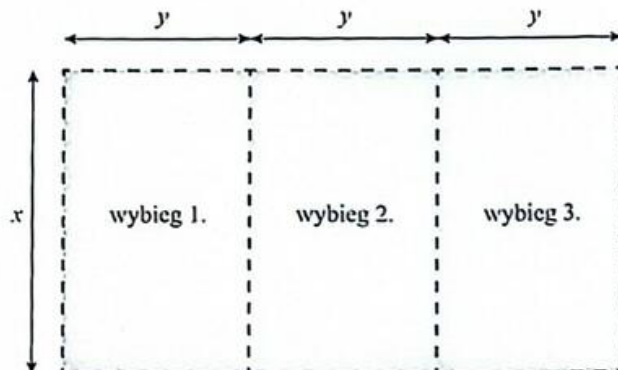
Zadanie 9.57. [matura, maj 2024, zadanie 31. (4 pkt)]

W schronisku dla zwierząt, na płaskiej powierzchni, należy zbudować ogrodzenie z siatki wydzielające trzy identyczne wybiegi o wspólnych ścianach wewnętrznych. Podstawą każdego z tych trzech wybiegów jest prostokąt (jak pokazano na rysunku). Do wykonania tego ogrodzenia należy zużyć 36 metrów bieżących siatki.

Schematyczny rysunek trzech wybiegów (widok z góry).

Linią przerywaną zaznaczono siatkę.

Oblicz wymiary x oraz y jednego wybiegu, przy których suma pól podstaw tych trzech wybiegów będzie największa. W obliczeniach pominij szerokość wejścia na każdy z wybiegów. Zapisz obliczenia.



Zadanie 9.58. [matura, czerwiec 2024, zadanie 14. (2 pkt)]

Parabola, która jest wykresem funkcji kwadratowej f , ma z osiami kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y) dokładnie dwa punkty wspólne: $M = (0, 18)$ oraz $N = (3, 0)$.

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f . Zapisz obliczenia.

Zadanie 9.59. [matura, czerwiec 2024, zadanie 15.]

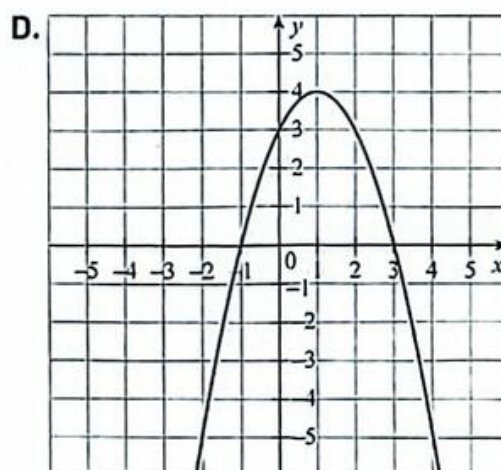
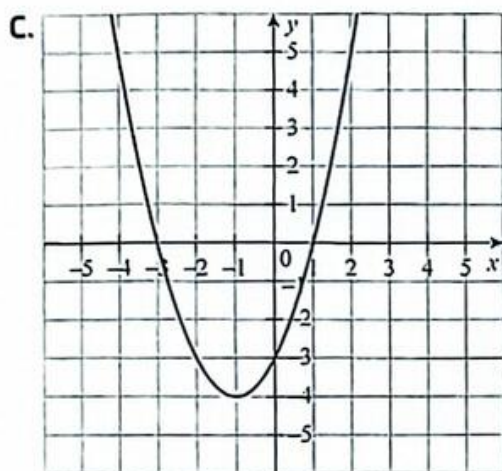
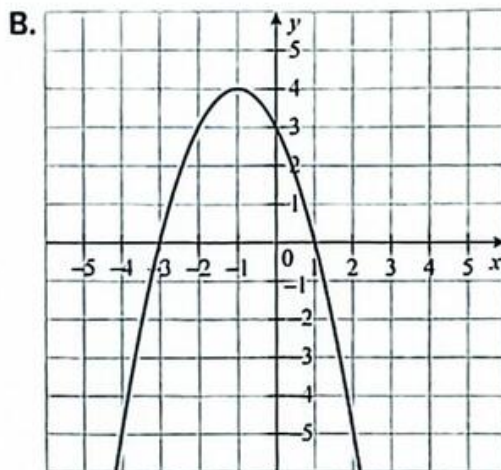
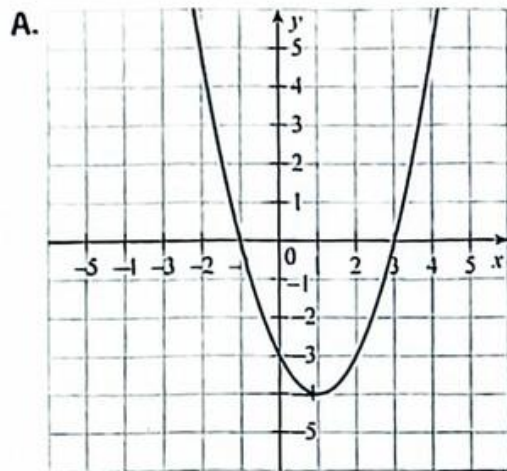
Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -(x+1)^2 + 4$.

Zadanie 9.59.1. [matura, czerwiec 2024, zadanie 15.1. (1 pkt)]

Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Fragment wykresu funkcji $y = f(x)$ przedstawiono na rysunku

**Zadanie 9.59.2.** [matura, czerwiec 2024, zadanie 15.2. (1 pkt)]

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Wykres funkcji f przecina oś Oy kartezjańskiego układu współrzędnych (x, y) w punkcie o współrzędnych $(0, 4)$.	P	F
Miejsca zerowe funkcji f są równe: (-3) oraz 1 .	P	F

Zadanie 9.60. [matura, czerwiec 2024, zadanie 32. (2 pkt)]

Właściciel sklepu z zabawkami przeprowadził lokalne badanie rynkowe dotyczące wpływu zmiany ceny zestawu klocków na liczbę kupujących ten produkt. Z badania wynika, że dzienny przychód P ze sprzedaży zestawów klocków, w zależności od kwoty obniżki ceny zestawu o x zł, wyraża się wzorem

$$P(x) = (70 - x)(20 + x)$$

gdzie x jest liczbą całkowitą spełniającą warunki $x \geq 0$ i $x \leq 60$.

Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

60.1.	Dzienny przychód ze sprzedaży zestawów klocków będzie największy, gdy liczba x jest równa	
60.2.	Dzienny przychód ze sprzedaży zestawów klocków będzie równy 800 zł, gdy liczba x jest równa	

A. 25

B. 30

C. 45

D. 50

E. 60

10. Wielomiany i wyrażenia algebraiczne

Zadanie 10.1. [matura, maj 2010, zadanie 5. (1 pkt)]

Dane są wielomiany $W(x) = -2x^3 + 5x^2 - 3$ oraz $P(x) = 2x^3 + 12x$.

Wielomian $W(x) + P(x)$ jest równy

A. $5x^2 + 12x - 3$

B. $4x^3 + 5x^2 + 12x - 3$

C. $4x^6 + 5x^2 + 12x - 3$

D. $4x^3 + 12x^2 - 3$

Zadanie 10.2. [matura, maj 2011, zadanie 3. (1 pkt)]

Wyrażenie $5a^2 - 10ab + 15a$ jest równe iloczynowi

A. $5a^2(1 - 10b + 3)$

B. $5a(a - 2b + 3)$

C. $5a(a - 10b + 15)$

D. $5(a - 2b + 3)$

Zadanie 10.3. [matura, czerwiec 2011, zadanie 26. (2 pkt)]

Dane są wielomiany $P(x) = -2x^3 + 3x^2 - 1$, $Q(x) = 2x^2 - x - 1$ oraz $W(x) = ax + b$. Wyznacz współczynniki a i b tak, aby wielomian $P(x)$ był równy iloczynowi $Q(x) \cdot W(x)$.

Zadanie 10.4. [matura, sierpień 2011, zadanie 11. (1 pkt)]

Dane są wielomiany $W(x) = x^3 + 3x^2 + x - 11$ i $V(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

Stopień wielomianu $W(x) - V(x)$ jest równy

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

✂ **Zadanie 10.5.** [matura, czerwiec 2012, zadanie 13. (1 pkt)]

Wyrażenie $\frac{3x+1}{x-2} - \frac{2x-1}{x+3}$ jest równe

- A. $\frac{x^2+15x+1}{(x-2)(x+3)}$ B. $\frac{x+2}{(x-2)(x+3)}$ C. $\frac{x}{(x-2)(x+3)}$ D. $\frac{x+2}{-5}$

Zadanie 10.6. [matura, sierpień 2012, zadanie 10. (1 pkt)]

Wielomian $W(x) = x^6 + x^3 - 2$ jest równy iloczynowi

- A. $(x^3+1)(x^2-2)$ B. $(x^3-1)(x^3+2)$ C. $(x^2+2)(x^4-1)$ D. $(x^4-2)(x+1)$

Zadanie 10.7. [matura, czerwiec 2013, zadanie 12. (1 pkt)]

Iloczyn wielomianów $2x-3$ oraz $-4x^2-6x-9$ jest równy

- A. $-8x^3+27$ B. $-8x^3-27$ C. $8x^3+27$ D. $8x^3-27$

Zadanie 10.8. [matura, sierpień 2013, zadanie 8. (1 pkt)]

Dla każdych liczb rzeczywistych a, b wyrażenie $a-b+ab-1$ jest równe

- A. $(a+1)(b-1)$ B. $(1-b)(1+a)$ C. $(a-1)(b+1)$ D. $(a+b)(1+a)$

Zadanie 10.9. [matura, czerwiec 2014, zadanie 9. (1 pkt)]

Dane są wielomiany $W(x) = 2x^2 - 1$, $P(x) = x^3 + x$ i $Q(x) = (1-x)(x+1)$. Stopień wielomianu $W(x) \cdot P(x) \cdot Q(x)$ jest równy

- A. 3 B. 6 C. 7 D. 12

Zadanie 10.10. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 6. (1 pkt)]

Wyrażenie $(3x+1+y)^2$ jest równe

- A. $3x^2 + y^2 + 1$ B. $9x^2 + 6x + y^2 + 1$
C. $3x^2 + y^2 + 6xy + 6x + 1$
D. $9x^2 + y^2 + 6xy + 6x + 2y + 1$

✂ **Zadanie 10.11.** [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 1. (1 pkt)]

Wielomian $W(x) = 2x^3 - bx^2 - 1$ jest podzielny przez dwumian $x+1$. Wynika stąd, że

- A. $b = -3$ B. $b = -1$ C. $b = 1$ D. $b = 3$

Zadanie 10.12. [matura, czerwiec 2015, zadanie 4. (1 pkt)]

Wyrażenie $3a^2 - 12ab + 12b^2$ może być przekształcone do postaci

- A. $3(a^2 - b^2)^2$ B. $3(a - 2b^2)^2$ C. $3(a - 2b)^2$ D. $3(a + 2b)^2$

✂ **Zadanie 10.13.** [matura, czerwiec 2015, zadanie 8. (1 pkt)]

Wyrażenie $\frac{x}{x-1} - \frac{1}{x}$, określone dla $x \neq 0$ i $x \neq 1$, jest równe

- A. $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x}$ B. $\frac{x^2 - x - 1}{x^2 - x}$ C. $\frac{x - 1}{x^2 - x}$ D. $\frac{x^2 - x - 1}{x - 1}$

Zadanie 10.14. [matura, maj 2016, zadanie 4. (1 pkt)]

Równość $(2\sqrt{2} - a)^2 = 17 - 12\sqrt{2}$ jest prawdziwa dla

- A. $a = 3$ B. $a = 1$ C. $a = -2$ D. $a = -3$

Zadanie 10.15. [matura, maj 2016, zadanie 2. (1 pkt)]

Wielomian $W(x) = 6x^3 + 3x^2 - 5x + p$ jest podzielny przez dwumian $x - 1$ dla p równego

- A. 4 B. -2 C. 2 D. -4

Zadanie 10.16. [matura, czerwiec 2016, zadanie 5. (1 pkt)]

Najmniejsza wartość wyrażenia $(x - y)(x + y)$ dla $x, y \in \{2, 3, 4\}$ jest równa

- A. 2 B. -24 C. 0 D. -12

Zadanie 10.17. [matura, czerwiec 2017, zadanie 5. (1 pkt)]

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $x^6 - 2x^3 - 3$ jest równe

- A. $(x^3 + 1)(x^2 - 3)$ B. $(x^3 - 3)(x^3 + 1)$ C. $(x^2 + 3)(x^4 - 1)$ D. $(x^4 + 1)(x^2 - 3)$

Zadanie 10.18. [matura, czerwiec 2017, zadanie 6. (1 pkt)]

Wartość wyrażenia $(b - a)^2$ dla $a = 2\sqrt{3}$ i $b = \sqrt{75}$ jest równa

- A. 9 B. 27 C. 63 D. 147

✂ **Zadanie 10.19.** [matura, lipiec 2020, zadanie 1. (1 pkt)]

Wielomian $W(x) = x^3 - x^2 - x - 2$ jest podzielny bez reszty przez wielomian

- A. $x + 2$ B. $x + 1$ C. $x - 1$ D. $x - 2$

Zadanie 10.20. [matura, czerwiec 2021, zadanie 5. (1 pkt)]

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $(x - 1)^2 - (2 - x)^2$ jest równe

- A. $2x - 3$ B. $2x^2 - 6x - 3$ C. $(2x - 3)^2$ D. 9

✂ **Zadanie 10.21.** [informator maturalny CKE 2021, zadanie 11. (3 pkt)]

Rozważmy takie liczby rzeczywiste a i b , które spełniają warunki:

$$a \neq 0, b \neq 0 \text{ oraz } a^3 + b^3 = (a + b)^3$$

Oblicz wartość liczbową wyrażenia $\frac{a}{b}$ dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b , spełniających powyższe warunki.

Zadanie 10.22. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 12. (1 pkt)]

Dane jest wyrażenie $W(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} \right)$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Wartość wyrażenia $W(x)$ jest określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$.	P	F
2.	Wyrażenie $W(x)$ można przekształcić równoważnie do wyrażenia $\frac{2x}{x^2-1}$	P	F

Zadanie 10.23. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 16. (3 pkt)]

Dany jest wielomian

$$W(x) = 3x^3 + mx^2 + 3x - 2$$

gdzie m jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że ten wielomian można zapisać w postaci iloczynowej:

$$W(x) = (x+2)Q(x)$$

gdzie $Q(x)$ jest pewnym trójmianem kwadratowym.

Wyznacz wielomian $Q(x)$ oraz oblicz wszystkie pierwiastki rzeczywiste wielomianu $W(x)$.

Zadanie 10.24. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 17. (1 pkt)]

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = x^3 - b - 5\sqrt{2}$ dla każdej liczby rzeczywistej x .

Miejszem zerowym funkcji f jest $x = \sqrt{2} + 1$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik b we wzorze funkcji f jest równy

- A. $b = 1$ B. $b = 7$ C. $b = 1 - 3\sqrt{2}$ D. $b = 3 - 3\sqrt{2}$

Zadanie 10.25. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 4. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wartość wyrażenia $(3+4a)^2 - (3-4a)^2$ jest równa

- A. $32a^2$ B. 0 C. $48a$ D. $8a^2$

Zadanie 10.26. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 6. (1 pkt)]

Dany jest wielomian

$$W(x) = 3x^3 + kx^2 - 12x - 7k + 12$$

gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że liczba (-2) jest pierwiastkiem tego wielomianu.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

ZADANIA

☞ **Zadanie 10.27.** [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 4. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$ wyrażenie $\frac{2}{x-1} - 5$ jest równe

A. $\frac{-5x+1}{x-1}$

B. $\frac{-5x+7}{x-1}$

C. $\frac{-5x+3}{x-1}$

D. $\frac{-5x-3}{x-1}$

Zadanie 10.28. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 5. (2 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y wyrażenie $9 - (x^2 - 2xy + y^2)$ jest równe

A. $[3 - (x - 2y)]^2$

B. $[3 + (x - 2y)]^2$

C. $[3 - (x + 2y)]^2$

D. $[3 - (x - y)] \cdot [3 + (x - y)]$

E. $[3 - (x + 2y)] \cdot [3 + (x + 2y)]$

F. $-[(x - y) - 3] \cdot [(x - y) + 3]$

☞ **Zadanie 10.29.** [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 4. (1 pkt)]

Liczby rzeczywiste x i y są dodatnie oraz $x \neq y$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y}$ można przekształcić do postaci

A. $\frac{2}{x-y}$

B. $\frac{2}{x^2-y^2}$

C. $\frac{2x}{x^2-y^2}$

D. $\frac{-2xy}{x+y}$

☞ **Zadanie 10.30.** [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 11. (1 pkt)]

Dany jest wielomian W określony wzorem $W(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 6$ dla każdej liczby rzeczywistej x .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wielomian W przy rozkładzie na czynniki ma postać

A. $W(x) = (x+2)(x^2-3)$

B. $W(x) = (x-2)(x^2-3)$

C. $W(x) = (x+2)(x^2+3)$

D. $W(x) = (x-2)(x^2+3)$

Zadanie 10.31. [matura, maj 2023, zadanie 5. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(2a-3)^2 - (2a+3)^2$ jest równe

A. $-24a$

B. 0

C. 18

D. $16a^2 - 24a$

Zadanie 10.32. [matura, czerwiec 2023, zadanie 7. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od 0 i 2 wyrażenie $\frac{x^2 + x}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x}$ jest równe

- A. $\frac{x^2 + 1}{x-2}$ B. $\frac{x+1}{2}$ C. $\frac{x^2}{(x-2)^2}$ D. $\frac{x+1}{x-2}$

Zadanie 10.33. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 8. (1 pkt)]

Dany jest wielomian $W(x) = -3x^3 - x^2 + kx + 1$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że wielomian W można zapisać w postaci $W(x) = (x+1) \cdot Q(x)$ dla pewnego wielomianu Q .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

- A. 29 B. (-3) C. 2 D. 3

Zadanie 10.34. [matura, maj 2024, zadanie 5. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie i dla każdej liczby rzeczywistej b wartość wyrażenia $(2a+b)^2 - (2a-b)^2$ jest równa wartości wyrażenia

- A. $8a^2$ B. $8ab$ C. $-8ab$ D. $2b^2$

Zadanie 10.35. [matura, czerwiec 2024, zadanie 8. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej x różnej od: (-1), 0, 1, wartość wyrażenia

$$\frac{2x^2}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x}$$

jest równe wartości wyrażenia

- A. $2x+2$ B. $\frac{2x}{x-1}$ C. $\frac{2x}{x^2-1}$ D. $\frac{2x^3+1}{x^3-1}$

Zadanie 10.36. [matura, czerwiec 2024, zadanie 9. (1 pkt)]

Wielomian $W(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ jest iloczynem wielomianów $F(x) = (2-3x)^2$ oraz $G(x) = 3x-2$.

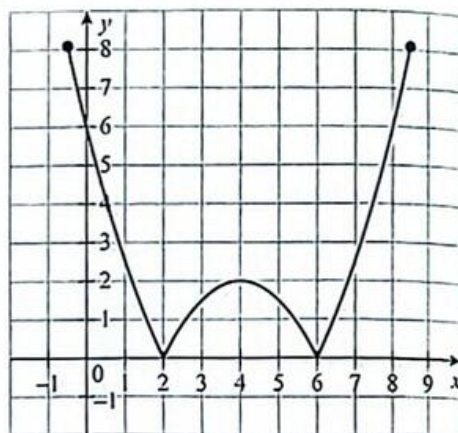
Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wy kropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Suma $a+b+c+d$ współczynników wielomianu W jest równa

11. Funkcje. Wykresy

Zadanie 11.1. [matura, maj 2010, zadanie 10. (1 pkt)]

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji $y = f(x)$.

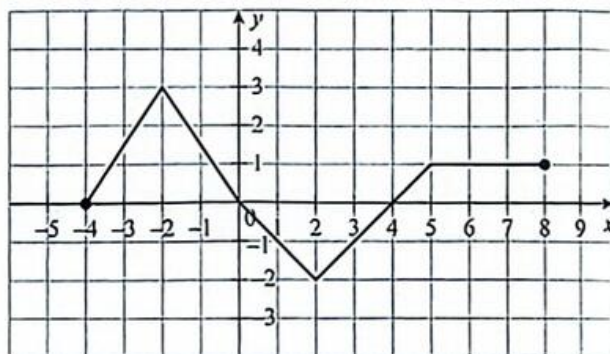


Które równanie ma dokładnie trzy rozwiązania?

- A. $f(x) = 0$ B. $f(x) = 1$
C. $f(x) = 2$ D. $f(x) = 3$

Zadanie 11.2. [matura, maj 2011, zadanie 26. (2 pkt)]

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .

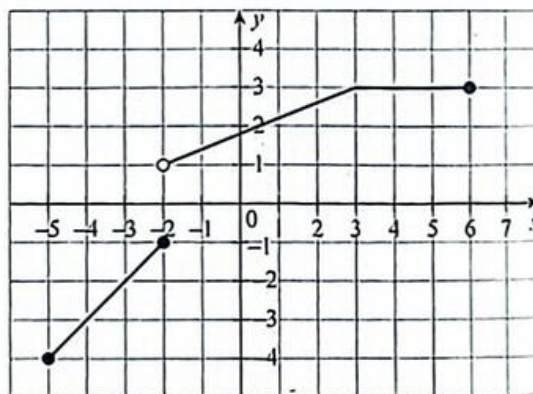


Odczytaj z wykresu i zapisz:

- a) zbiór wartości funkcji f ,
b) przedział maksymalnej długości, w którym funkcja f jest malejąca.

Zadanie 11.3. [matura, czerwiec 2011, zadanie 11. (1 pkt)]

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji $y = f(x)$.



Zbiorem wartości tej funkcji jest

- A. $\langle -4, 3 \rangle$ B. $\langle -4, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$
C. $\langle -4, -1 \rangle \cup \langle 1, 3 \rangle$ D. $\langle -5, 6 \rangle$

Zadanie 11.4. [matura, czerwiec 2011, zadanie 24. (2 pkt)]

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{2x-b}{x-9}$ dla $x \neq 9$, a $f(14) = 5$. Oblicz współczynnik b .

Zadanie 11.5. [matura, czerwiec 2012, zadanie 17. (1 pkt)]

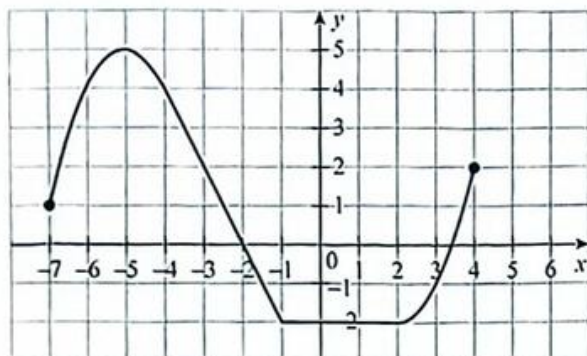
Wiadomo, że dziedziną funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{x-7}{2x+a}$ jest zbiór $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$.

Wówczas

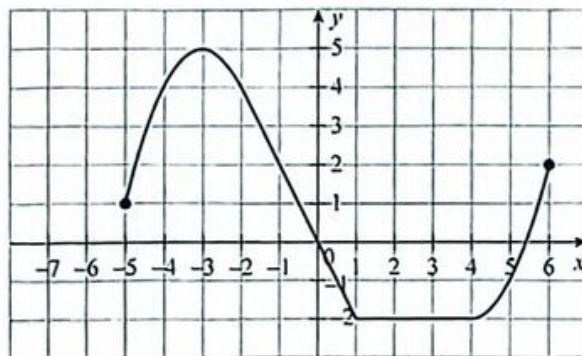
- A. $a = 2$ B. $a = -2$ C. $a = 4$ D. $a = -4$

Zadanie 11.6. [matura, maj 2013, zadanie 11. (1 pkt)]

Na rysunku 1 przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$ określonej dla $x \in \langle -7, 4 \rangle$.



Rys. 1



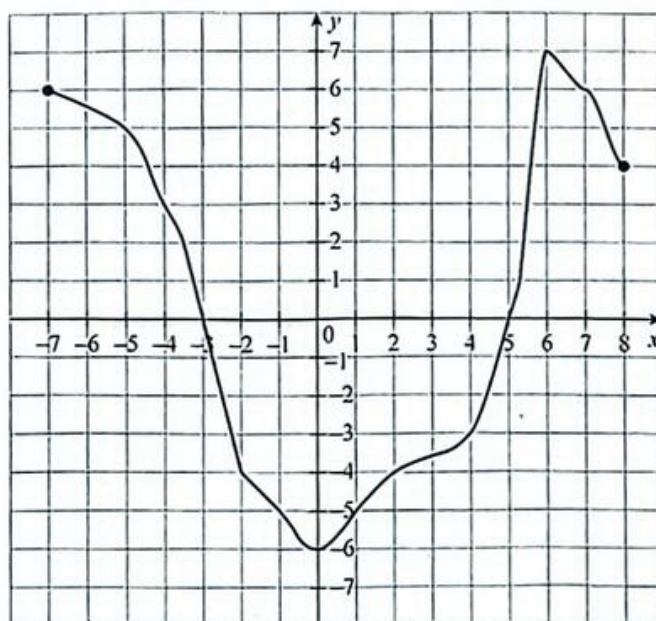
Rys. 2

Rysunek 2 przedstawia wykres funkcji

- A. $y = f(x+2)$ B. $y = f(x) - 2$ C. $y = f(x-2)$ D. $y = f(x) + 2$

Zadanie 11.7. [matura, maj 2013, zadanie 29. (2 pkt)]

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$ określonej dla $x \in \langle -7, 8 \rangle$.

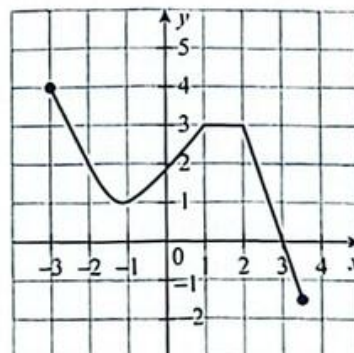


Odczytaj z wykresu i zapisz:

- a) największą wartość funkcji f ,
b) zbiór rozwiązań nierówności $f(x) < 0$.

Zadanie 11.8. [matura, sierpień 2013, zadanie 25. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji $y = f(x)$.



Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$ jest równa.

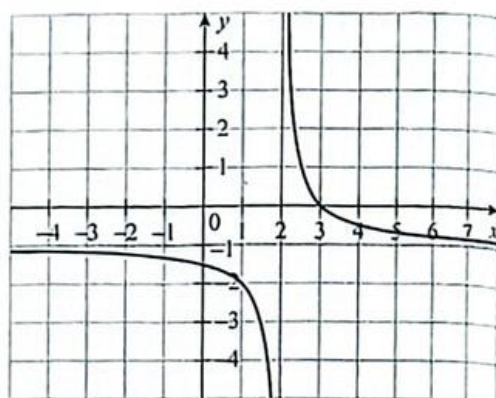
- A. 4 B. 3
C. 2 D. 1

Zadanie 11.9. [matura, maj 2014, zadanie 29. (2 pkt)]

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji f , który powstał w wyniku przesunięcia wykresu funkcji określonej wzorem $y = \frac{1}{x}$ dla

każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.

- Odczytaj z wykresu i zapisz zbiór tych wszystkich argumentów, dla których wartości funkcji f są większe od 0.
- Podaj miejsce zerowe funkcji g określonej wzorem $g(x) = f(x-3)$.

**Zadanie 11.10.** [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 10. (0-1)]

Funkcja f , określona dla wszystkich liczb całkowitych dodatnich, przyporządkowuje liczbie x ostatnią cyfrę jej kwadratu. Zbiór wartości funkcji f zawiera dokładnie

- A. 5 elementów. B. 6 elementów. C. 9 elementów. D. 10 elementów.

Zadanie 11.11. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 27. (2 pkt)]

Czas połowicznego rozpadu pierwiastka to okres, jaki jest potrzebny, by ze 100% pierwiastka pozostało 50% tego pierwiastka. Oznacza to, że ilość pierwiastka pozostała z każdego grama

pierwiastka po x okresach rozpadu połowicznego wyraża się wzorem $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

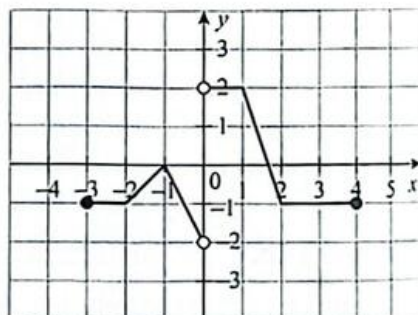
W przypadku izotopu jodu ^{131}I czas połowicznego rozpadu jest równy 8 dni. Wyznacz najmniejszą liczbę dni, po upływie których pozostanie z 1 g ^{131}I nie więcej niż 0,125 g tego pierwiastka.

Zadanie 11.12. [matura, maj 2015, zadanie 8. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .

Zbiorem wartości funkcji f jest

- A. $(-2, 2)$ B. $\langle -2, 2 \rangle$
C. $\langle -2, 2 \rangle$ D. $(-2, 2)$

**Zadanie 11.13.** [matura, maj 2015, zadanie 6. (1 pkt)]

Dziedzina funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{x+4}{x^2-4x}$ może być zbiór

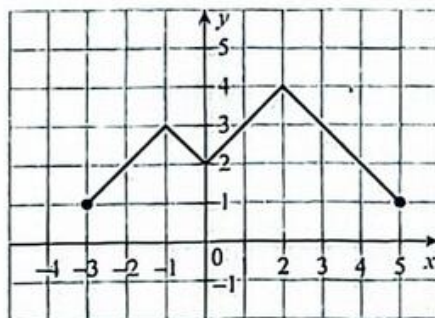
- A. wszystkich liczb rzeczywistych różnych od 0 i od 4.
B. wszystkich liczb rzeczywistych różnych od -4 i od 4.
C. wszystkich liczb rzeczywistych różnych od -4 i od 0.
D. wszystkich liczb rzeczywistych.

Zadanie 11.14. [matura, maj 2015, zadanie 29. (2 pkt)]

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f .

Funkcja h określona jest dla $x \in \langle -3, 5 \rangle$ wzorem $h(x) = f(x) + q$, gdzie q jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiemy, że jednym z miejsc zerowych funkcji h jest liczba $x_0 = -1$.

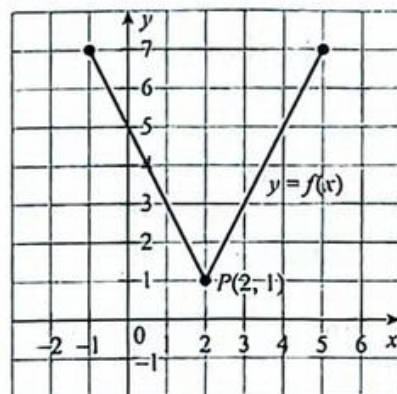
- Wyznacz q .
- Podaj wszystkie pozostałe miejsca zerowe funkcji h .

**Zadanie 11.15.** [matura, sierpień 2015, zadanie 10. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji f .

Wskaż wzór funkcji, której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji f względem osi Oy układu współrzędnych

- A. $y = f(x - 4)$ B. $y = f(x) - 4$
C. $y = f(x + 4)$ D. $y = f(x) + 4$

**Zadanie 11.16.** [matura, maj 2016, zadanie 12. (1 pkt)]

Funkcja f określona jest wzorem $f(x) = \frac{2x^3}{x^6 + 1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x .

Wtedy $f(-\sqrt[3]{3})$ jest równa

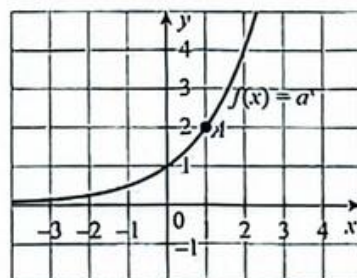
- A. $\frac{-\sqrt[3]{9}}{2}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

Zadanie 11.17. [matura, maj 2017, zadanie 11. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji wykładniczej f określonej wzorem $f(x) = a^x$. Punkt $A = (1, 2)$ należy do tego wykresu funkcji.

Podstawa a potęgi jest równa

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. -2 D. 2

**Zadanie 11.18.** [matura, maj 2018, zadanie 30. (2 pkt)]

Do wykresu funkcji wykładniczej, określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = a^x$ (gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$), należy punkt $P = (2, 9)$. Oblicz a i zapisz zbiór wartości funkcji g , określonej wzorem $g(x) = f(x) - 2$.

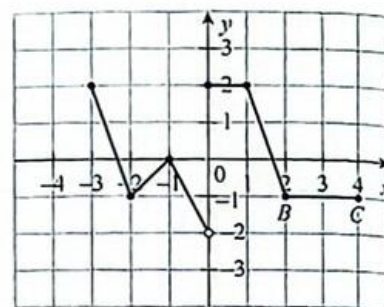
Zadanie 11.19. [matura, czerwiec 2019, zadanie 8. (1 pkt)]

Rysunek przedstawia wykres funkcji f zbudowany z 6 odcinków, przy czym punkty $B = (2, -1)$ i $C = (4, -1)$ na-

leżą do wykresu funkcji.

Równanie $f(x) = -1$ ma

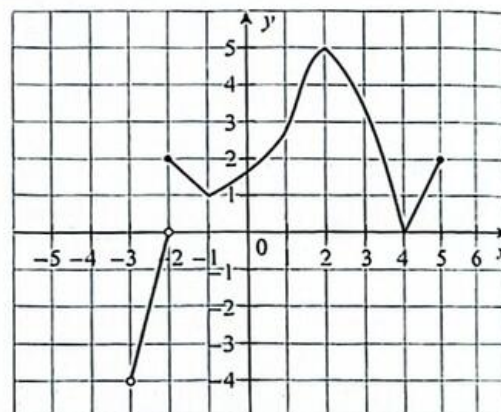
- A. dokładnie jedno rozwiązanie.
- B. dokładnie dwa rozwiązania.
- C. dokładnie trzy rozwiązania.
- D. nieskończenie wiele rozwiązań.

**Zadanie 11.20.** [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 9. (1 pkt)]

Na wykresie przedstawiono wykres funkcji f .

Wskaż zdanie prawdziwe.

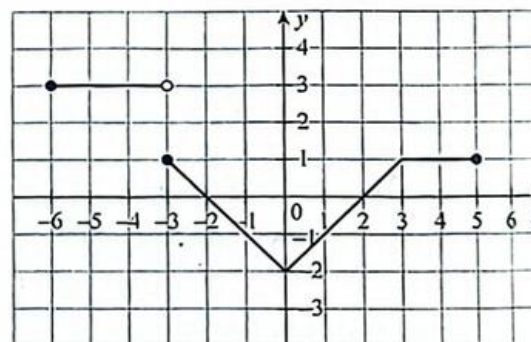
- A. Dziedziną funkcji f jest przedział $(-4, 5)$.
- B. Funkcja f ma dwa miejsca zerowe.
- C. Funkcja f dla argumentu 1 przyjmuje wartość (-1) .
- D. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-4, 5)$.

**Zadanie 11.21.** [matura, maj 2021, zadanie 7. (1 pkt)]

Na poniższym rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $\langle -6, 5 \rangle$.

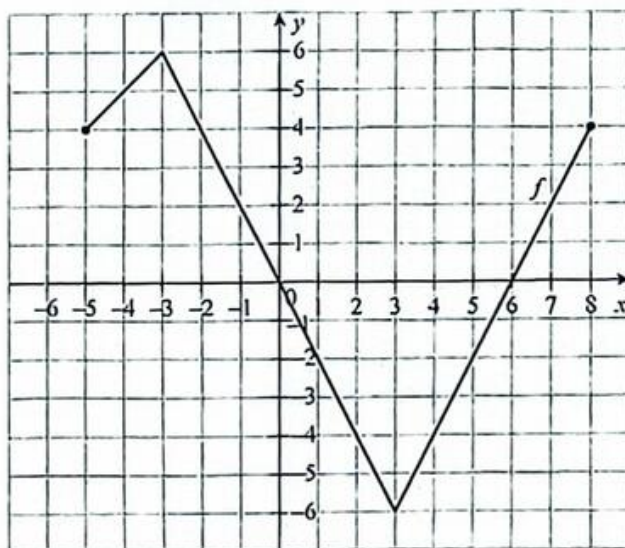
Funkcja g jest określona wzorem $g(x) = f(x) - 2$ dla $x \in \langle -6, 5 \rangle$. Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Liczba $f(2) + g(2)$ jest równa (-2) .
- B. Zbiory wartości funkcji f i g są równe.
- C. Funkcje f i g mają te same miejsca zerowe.
- D. Punkt $P = (0, -2)$ należy do wykresów funkcji f i g .



Zadanie 11.22. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 19.]

Dana jest funkcja $y = f(x)$, której wykres przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.



Ta funkcja jest określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \in [-5, 8]$.

Zadanie 11.22. 1. [zadanie 19.1. (1 pkt)]

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór rozwiązań nierówności:

$$f(x) > 2$$

.....

Zadanie 11.22. 2. [zadanie 19.2. (1 pkt)]

Zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej maksymalny przedział lub maksymalne przedziały, w których funkcja f jest malejąca.

.....

Zadanie 11.22. 3. [zadanie 19.3. (1 pkt)]

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednie liczby w wykropkowanych miejscach, aby zdanie było prawdziwe.

Największa wartość funkcji f jest równa liczbie, a najmniejsza wartość funkcji f

jest równa liczbie

Zadanie 11.23. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 20. (2 pkt)]

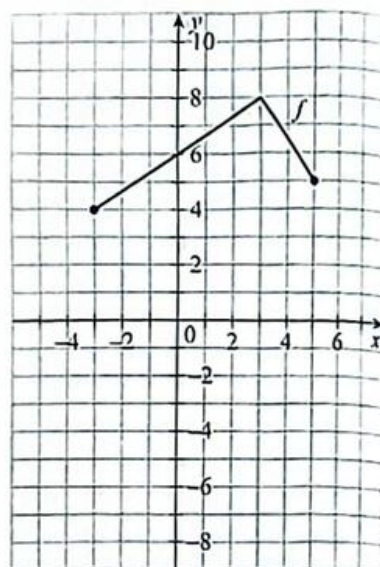
Dana jest funkcja $y = f(x)$, której wykres przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.

Ta funkcja jest określona dla $x \in [-3, 5]$. Funkcje g oraz h są określone za pomocą funkcji f następująco:

$$y = g(x) = f(x + 2) \quad y = h(x) = f(-x)$$

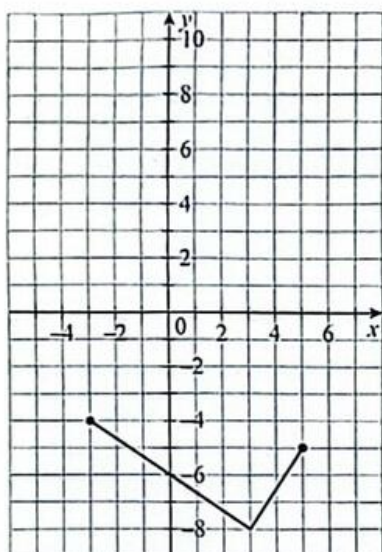
Na rysunkach A–F przedstawiono wykresy różnych funkcji – w tym wykresy funkcji g oraz h .

Każdej z funkcji $y = g(x)$ oraz $y = h(x)$ przyporządkuj jej wykres. Wpisz obok symboli funkcji w tabeli poniżej właściwe odpowiedzi wybrane spośród A–F.

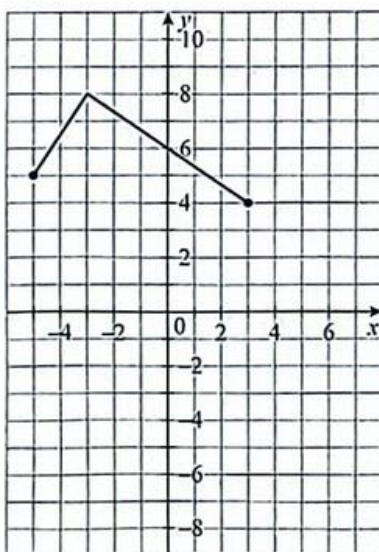


Nr zadania	Funkcja	Rysunek
11.23.1.	$y = g(x)$	
11.23.2.	$y = h(x)$	

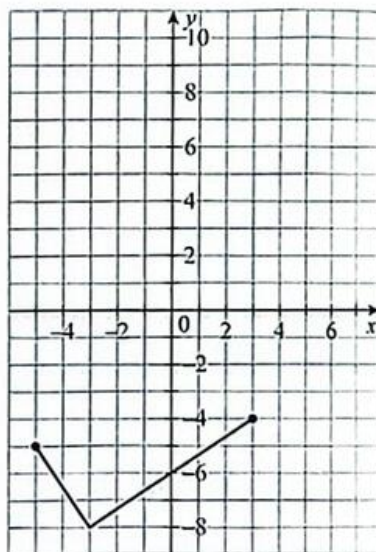
A.



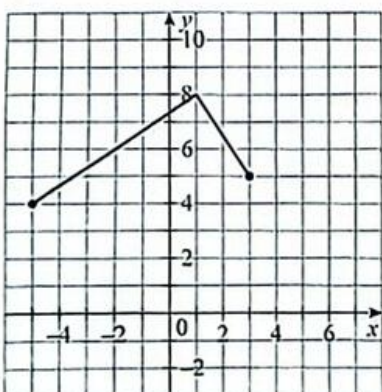
B.



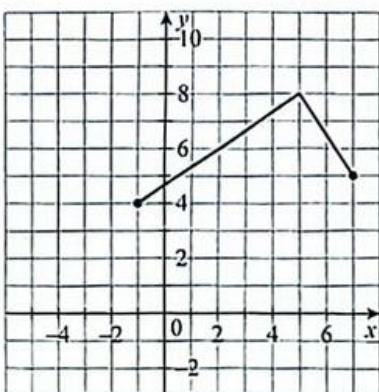
C.



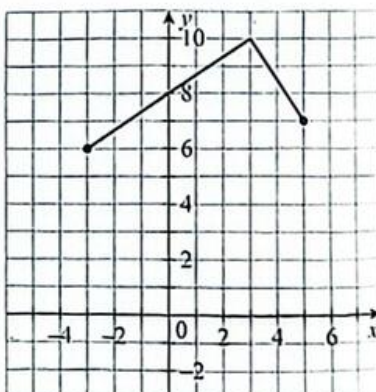
D.



E.



F.



Zadanie 11.24. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 27.]

Czas T połowicznego rozpadu izotopu promieniotwórczego to czas, po którym liczba jąder danego izotopu (a zatem i masa tego izotopu) zmniejsza się o połowę – tzn. połowa jąder danego izotopu przemienia się w inne jądra. Liczba jąder $N(t)$ izotopu promieniotwórczego pozostających w próbce po czasie t , licząc od chwili $t_0 = 0$, wyraża się zależnością wykładniczą:

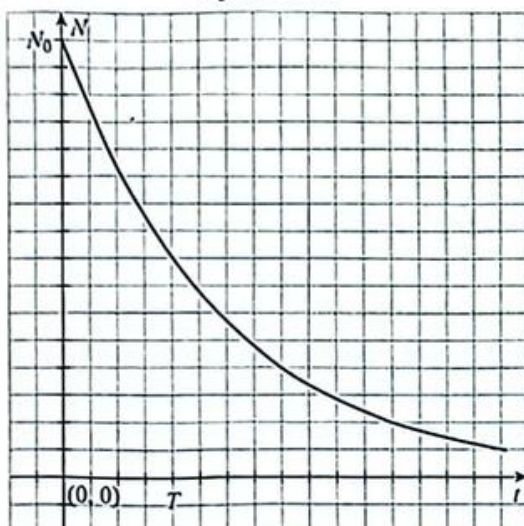
$$N(t) = N_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie N_0 jest liczbą jąder izotopu promieniotwórczego w chwili początkowej $t_0 = 0$.

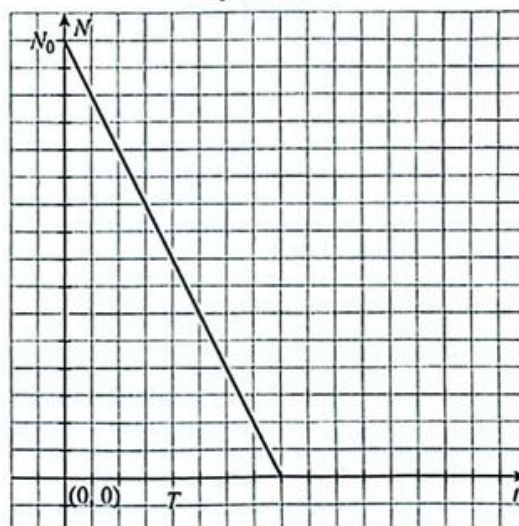
Zadanie 11.24.1. [zadanie 27.1. (1 pkt)]

Na poniższych rysunkach 1.– 4. przedstawiono wykresy różnych zależności.

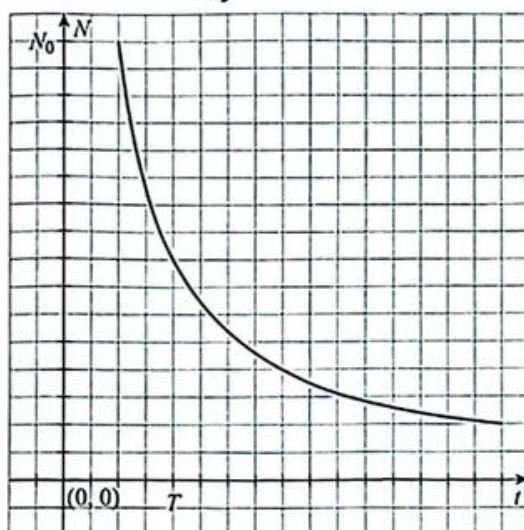
Rysunek 1.



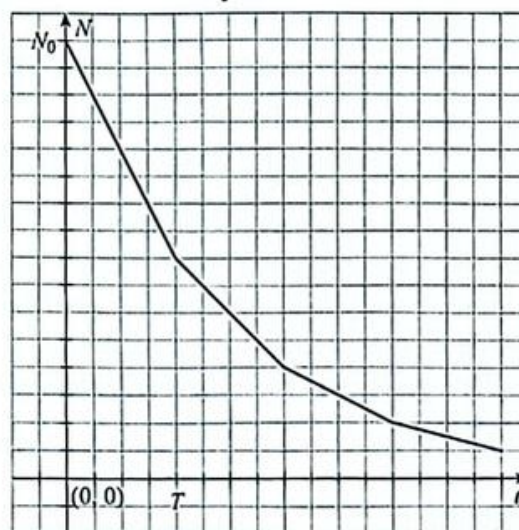
Rysunek 2.



Rysunek 3.



Rysunek 4.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres zależności wykładniczej $N(t)$ – opisaney we wstępie do zadania – przedstawiono na

A. rysunku 1.

B. rysunku 2.

C. rysunku 3.

D. rysunku 4.

Zadanie 11.24.2. [zadanie 27.2. (3 pkt)]

Czas połowicznego rozpadu węgla ^{14}C to około 5700 lat. Naukowcy oszacowali za pomocą datowania radiowęglowego, że masa izotopu węgla ^{14}C w pewnym organicznym znalezisku archeologicznym stanowi $\frac{1}{16}$ masy tego izotopu, jaka utrzymywała się podczas życia organizmu.



Oblicz, ile lat ma opisane znalezisko archeologiczne. Wynik podaj z dokładnością do stu lat.

Zadanie 11.25. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 12. (1 pkt)]

Firma przeprowadziła badania rynkowe dotyczące wpływu zmiany ceny P swojego produktu na liczbę Q kupujących ten produkt. Z badań wynika, że każdorazowe zwiększenie ceny o 1 jednostkę powoduje spadek liczby kupujących o 3 jednostki. Ponadto przy cenie równej 5 jednostek liczba kupujących jest równa 12 jednostek.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja, która opisuje zależność liczby kupujących ten produkt od jego ceny, ma wzór

A. $Q = -0,9P^2 + 6,9$. B. $Q = -3P + 27$. C. $P = -0,9Q^2 + 6,9$. D. $P = -3Q + 27$.

Zadanie 11.26. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 13.]

Czas T półtrwania leku w organizmie to czas, po którym masa leku w organizmie zmniejsza się o połowę – po przyjęciu jednorazowej dawki.

Przyjmij, że po przyjęciu jednej dawki masa m leku w organizmie zmienia się w czasie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

gdzie:

m_0 – masa przyjętej dawki leku

T – czas półtrwania leku

t – czas liczony od momentu przyjęcia dawki.

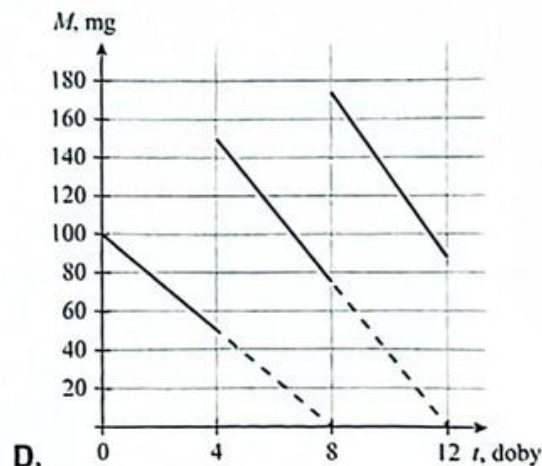
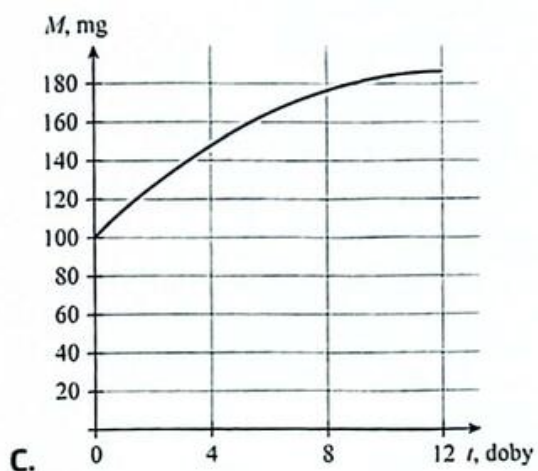
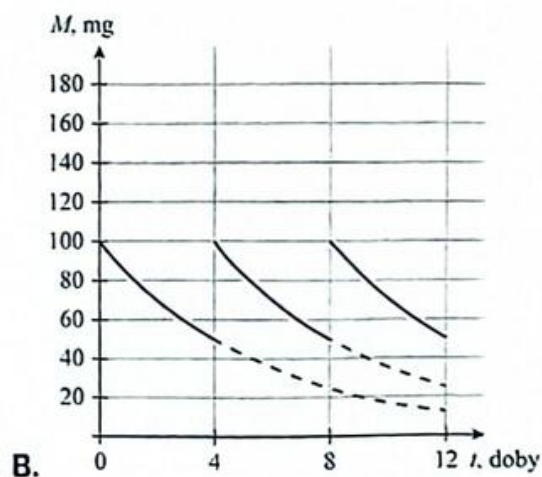
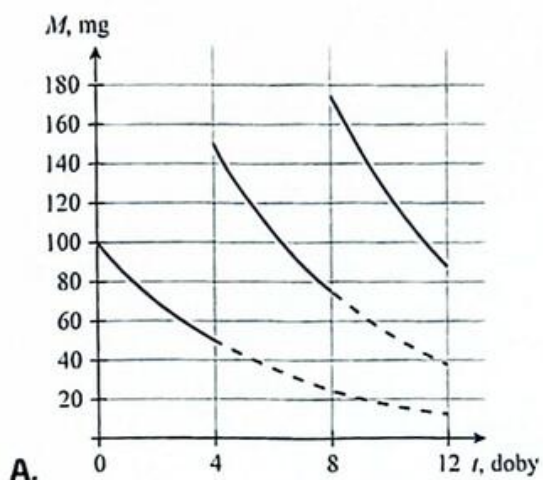
W przypadku przyjęcia kilku(nastu) dawek powyższa zależność pozwala obliczyć, ile leku pozostało w danym momencie w organizmie z każdej poprzednio przyjętej dawki. W ten sposób obliczone masy leku z przyjętych poprzednich dawek sumują się i dają informację o całkowitej aktualnej masie leku w organizmie.

Pacjent otrzymuje co 4 dni o tej samej godzinie dawkę $m_0 = 100$ mg leku L . Czas półtrwania tego leku w organizmie jest równy $T = 4$ doby.

Zadanie 11.26.1. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 13.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres zależności masy M leku L w organizmie tego pacjenta od czasu t , liczonego od momentu przyjęcia przez pacjenta pierwszej dawki, przedstawiono na rysunku

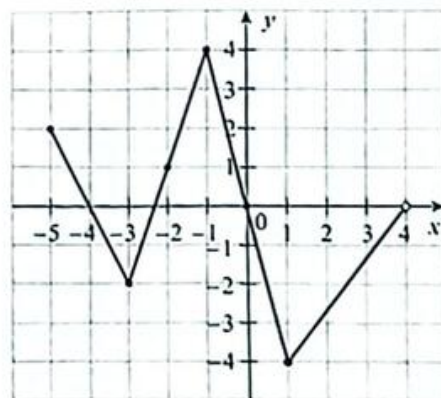


Zadanie 11.26.2. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 13.2. (3 pkt)]

Oblicz masę leku L w organizmie tego pacjenta tuż przed przyjęciem jedenastej dawki tego leku. Wynik podaj w zaokrągleniu do 0,1 mg. Zapisz obliczenia.

Zadanie 11.27. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 10.]

Na rysunku, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji f określonej dla każdego $x \in [-5, 4)$. Na tym wykresie zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



Zadanie 11.27.1. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 10.1. (1 pkt)]

Zapisz w wykropkowanym miejscu zbiór wartości funkcji f .

Zadanie 11.27.2. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 10.2. (1 pkt)]

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz **P**, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

1.	Dla każdego argumentu z przedziału $(-4, -2)$ funkcja f przyjmuje wartości ujemne.	P	F
2.	Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.	P	F

Zadanie 11.27.3. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 10.3. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejsza wartość funkcji f w przedziale $[-4, 0]$ jest równa

- A. (-4) B. (-3) C. (-2) D. 0

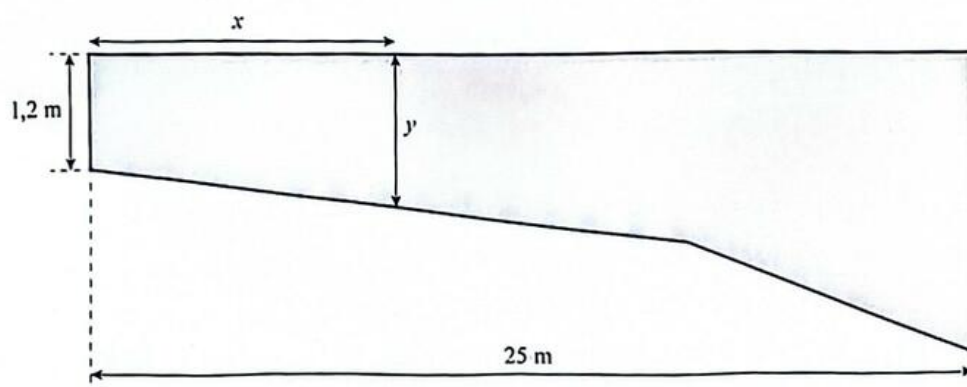
Zadanie 11.28. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 12.]

Basen ma długość 25 m. W najplytszym miejscu jego głębokość jest równa 1,2 m. Przekrój podłużny tego basenu przedstawiono poglądowo na rysunku.

Głębokość y basenu zmienia się wraz z odległością x od brzegu w sposób opisany funkcją:

$$y = \begin{cases} ax + b & \text{dla } 0 \leq x \leq 15 \text{ m} \\ 0,18x - 0,9 & \text{dla } 15 \text{ m} \leq x \leq 25 \text{ m} \end{cases}$$

Odległość x jest mierzona od płytszego brzegu w poziomie na powierzchni wody (zobacz rysunek). Wielkości x i y są wyrażone w metrach.

**Zadanie 11.28.1.** [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 12.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa głębokość basenu jest równa

- A. 5,4 m B. 3,6 m C. 2,2 m D. 1,8 m

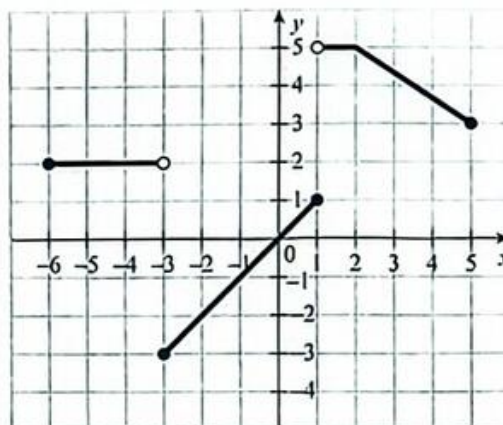
Zadanie 11.28.2. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 12.2. (2 pkt)]

Oblicz wartość współczynnika a oraz wartość współczynnika b .

Zapisz obliczenia.

Zadanie 11.29. [matura, maj 2023, zadanie 12.]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).

**Zadanie 11.29.1.** [matura, maj 2023, zadanie 12.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Dziedziną funkcji f jest zbiór

- A. $[-6, 5]$ B. $(-6, 5)$ C. $(-3, 5]$ D. $[-3, 5]$

Zadanie 11.29.2. [matura, maj 2023, zadanie 12.2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Największa wartość funkcji f w przedziale $[-4, 1]$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 5

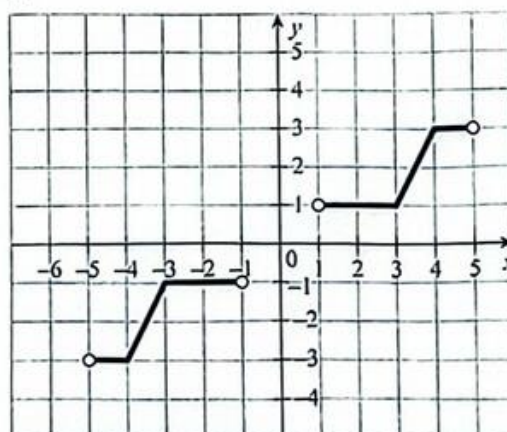
Zadanie 11.29.3. [matura, maj 2023, zadanie 12.3. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.
Funkcja f jest malejąca w zbiorze

- A. $[-6, -3)$ B. $[-3, 1]$ C. $(1, 2]$ D. $[2, 5]$

Zadanie 11.30. [matura, czerwiec 2023, zadanie 13.]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).



Zadanie 11.30.1. [matura, czerwiec 2023, zadanie 11.1. (2 pkt)]

Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

Dziedziną funkcji f jest zbiór	
Zbiorem wartości funkcji f jest zbiór	

- A. $[-3, -1] \cup [1, 3]$ B. $(-3, 3)$ C. $(-3, -1) \cup (1, 3)$ D. $[-5, -1] \cup [1, 5]$
 E. $(-5, 5)$ F. $(-5, -1) \cup (1, 5)$

Zadanie 11.30.2. [matura, czerwiec 2023, zadanie 13.2. (1 pkt)]

Zapisz poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) < -1$.

Zadanie 11.31. [matura, czerwiec 2023, zadanie 15.]

Masa m leku $\mathcal{L}$ zażytego przez chorego zmienia się w organizmie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0,6)^{0,25t}$$

gdzie:

m_0 – masa (wyrażona w mg) przyjętej w chwili $t = 0$ dawki leku,
 t – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t = 0$ zażycia leku.

Zadanie 11.31.1. [matura, czerwiec 2023, zadanie 15.1. (1 pkt)]

Chory przyjął jednorazowo lek $\mathcal{L}$ w dawce 200 mg.

Oblicz, ile mg leku $\mathcal{L}$ pozostanie w organizmie chorego po 12 godzinach od momentu przyjęcia dawki. Zapisz obliczenia.

Zadanie 11.31.2. [matura, czerwiec 2023, zadanie 15.2. (1 pkt)]

Liczby $m(2, 5)$, $m(4, 5)$, $m(6, 5)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny.

Oblicz, iloraz tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Zadanie 11.32. [matura, sierpień 2023, zadanie 12. (1 pkt)]

Funkcja f jest określona dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = \frac{x-k}{x^2+1}$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Ta funkcja spełnia warunek $f(1) = 2$.

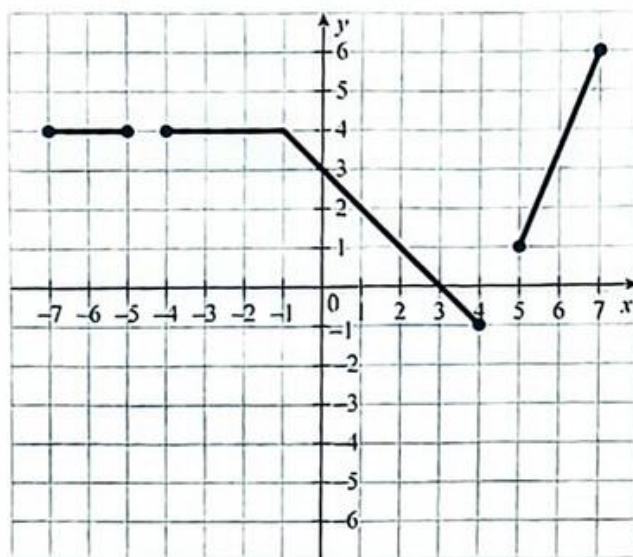
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość współczynnika k we wzorze tej jest równy

- A. (-3) B. 3 C. (-4) D. 4

Zadanie 11.33. [matura, sierpień 2023, zadanie 14.]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).

**Zadanie 11.33.1.** [matura, sierpień 2023, zadanie 14.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

- A. $[-5, 4]$ B. $[5, 7]$
C. $[1, 5]$ D. $[-1, 5]$

Zadanie 11.33.2. [matura, sierpień 2023, zadanie 14.2. (1 pkt)]

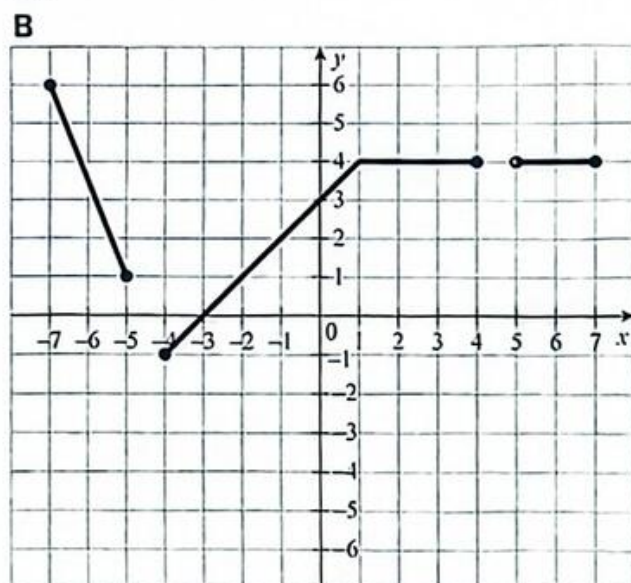
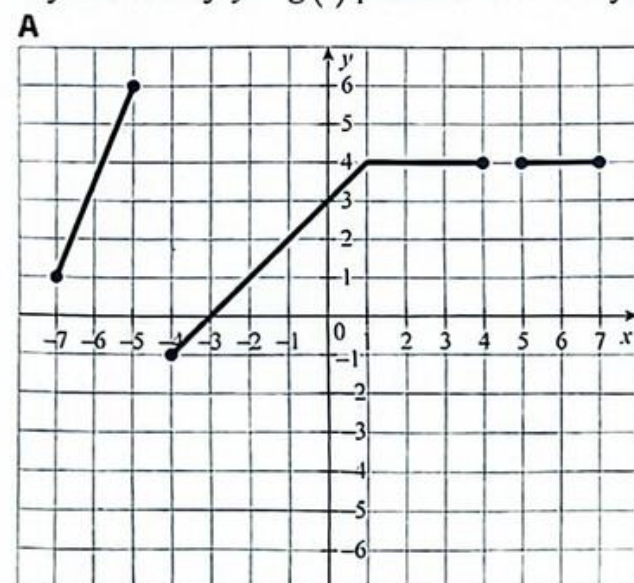
Zapisz poniżej w postaci sumy przedziałów zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości większe od 1.

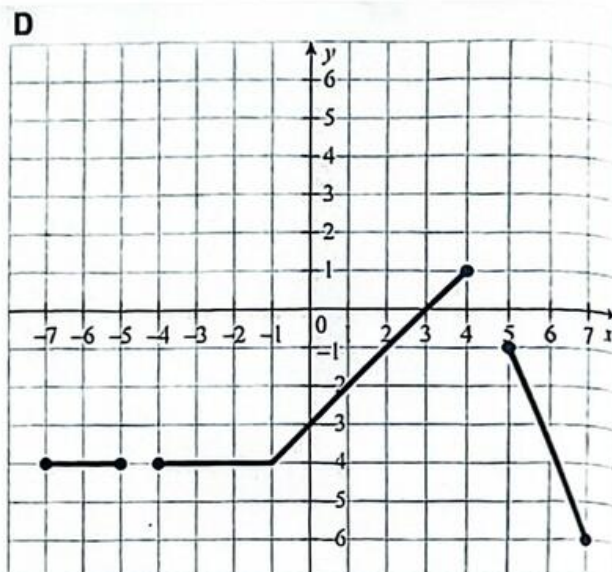
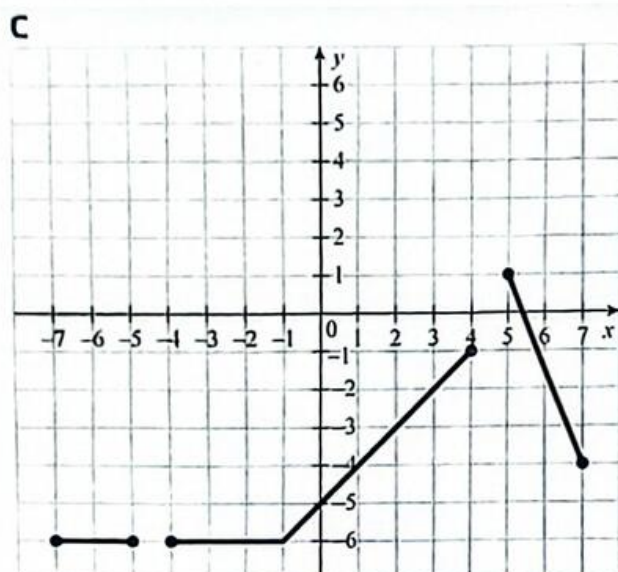
Zadanie 11.33.3. [matura, sierpień 2023, zadanie 14.3. (1 pkt)]

Funkcja g jest określona za pomocą funkcji f następująco: $g(x) = f(-x)$ dla każdego $x \in [-7, -5] \cup [-4, 4] \cup [5, 7]$. Na jednym z rysunków A–D przedstawiono, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , wykres funkcji $y = g(x)$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres funkcji $y = g(x)$ przedstawiono na rysunku





Zadanie 11.34. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 12. (1 pkt)]

Proces stygnięcia naparu z ziół w otoczeniu o stałej temperaturze 22°C opisuje funkcja wykładnicza $T(x) = 78 \cdot 2^{-0,05x} + 22$, gdzie $T(x)$ to temperatura naparu wyrażona w stopniach Celsjusza ($^{\circ}\text{C}$) po x minutach liczonych od momentu $x = 0$, w którym zioła zalano wrzątkiem. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

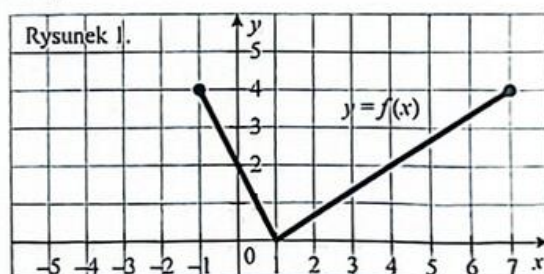
Temperatura naparu po 20 minutach od momentu zalania ziół wrzątkiem jest równa

A. 22°C B. 39°C C. 78°C D. 61°C

Zadanie 11.35. [matura, czerwiec 2024, zadanie 11.]

Na rysunku 1., w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji f .

Każdy z punktów przecięcia wykresu funkcji f z prostą o równaniu $y = 2$ ma obie współrzędne całkowite.



Zadanie 11.35.1. [matura, czerwiec 2024, zadanie 11.1. (1 pkt)]

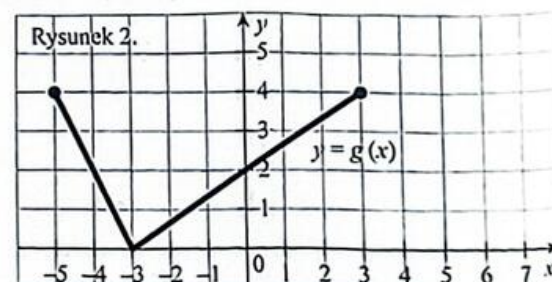
Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiedni przedział w wy kropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $f(x) \leq 2$ jest przedział

Zadanie 11.35.2. [matura, czerwiec 2024, zadanie 11.2. (1 pkt)]

Na rysunku 2., w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , przedstawiono wykres funkcji g ,

powstałej w wyniku przesunięcia równoległego wykresu funkcji f wzdłuż osi Ox o 4 jednostki w lewo.



Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz odpowiedź 1. albo 2.

Funkcje f i g są powiązane zależnością

A.	$g(x) = f(x + 4)$	oraz mają takie same	1.	dziedziny.
B.	$g(x) = f(x - 4)$		2.	zbiory wartości.
C.	$g(x) = f(x) - 4$			

Zadanie 11.36. [matura, czerwiec 2024, zadanie 12. (1 pkt)]

Funkcja $y = f(x)$ jest określona za pomocą tabelki

x	-2	-1	0	1	2
y	-1	0	1	0	3

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Funkcja f ma dokładnie jedno miejsce zerowe.	P	F
2.	W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) wykres funkcji f jest symetryczny względem osi Oy .	P	F

12. Ciągi

Zadanie 12.1. [matura, maj 2010, zadanie 11. (1 pkt)]

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są: $a_3 = 13$ i $a_5 = 39$. Wtedy wyraz a_1 jest równy

- A. 13 B. 0 C. -13 D. -26

Zadanie 12.2. [matura, maj 2010, zadanie 12. (1 pkt)]

W ciągu geometrycznym (a_n) dane są: $a_1 = 3$ i $a_4 = 24$. Iloraz tego ciągu jest równy

- A. 8 B. 2 C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{2}$

Zadanie 12.3. [matura, sierpień 2010, zadanie 28. (2 pkt)]

Piąty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 26, a suma pięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 70. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Zadanie 12.4. [matura, maj 2011, zadanie 12. (1 pkt)]

Dany jest nieskończony rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) o wyrazach dodatnich. Wtedy

- A. $a_4 + a_7 = a_{10}$ B. $a_4 + a_6 = a_3 + a_8$ C. $a_2 + a_9 = a_3 + a_8$ D. $a_5 + a_7 = 2a_8$

Zadanie 12.5. [matura, maj 2011, zadanie 27. (2 pkt)]

Liczby $x, y, 19$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym $x + y = 8$.
Oblicz x i y .

Zadanie 12.6. [matura, czerwiec 2011, zadanie 13. (1 pkt)]

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n - 1$ dla $n \geq 1$. Różnica tego ciągu jest równa

- A. -1 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 12.7. [matura, czerwiec 2011, zadanie 30. (2 pkt)]

Liczby $27, x, 3$ są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem malejącego ciągu geometrycznego. Oblicz ósmy wyraz tego ciągu.

Zadanie 12.8. [matura, sierpień 2011, zadanie 16. (1 pkt)]

Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n^2 - 9$ dla $n \geq 1$?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 12.9. [matura, sierpień 2011, zadanie 27. (2 pkt)]

Liczby $2x + 1, 6, 16x + 2$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .

Zadanie 12.10. [matura, maj 2012, zadanie 17. (1 pkt)]

Miary kątów czworokąta tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy 20° . Najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę

- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

Zadanie 12.11. [matura, maj 2012, zadanie 18. (1 pkt)]

Dany jest ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = (-1)^n \cdot \frac{2-n}{n^2}$ dla $n \geq 1$. Wówczas wyraz a_5 tego ciągu jest równy

- A. $-\frac{3}{25}$ B. $\frac{3}{25}$ C. $-\frac{7}{25}$ D. $\frac{7}{25}$

Zadanie 12.12. [matura, maj 2012, zadanie 32. (4 pkt)]

Ciąg $(9, x, 19)$ jest arytmetyczny, a ciąg $(x, 42, y, z)$ jest geometryczny. Oblicz x, y oraz z .

Zadanie 12.13. [matura, czerwiec 2012, zadanie 15. (1 pkt)]

Ciąg $(2\sqrt{2}, 4, a)$ jest geometryczny. Wówczas.

- A. $a = 8\sqrt{2}$ B. $a = 4\sqrt{2}$ C. $a = 8 - 2\sqrt{2}$ D. $a = 8 + 2\sqrt{2}$

Zadanie 12.14. [matura, czerwiec 2012, zadanie 30. (2 pkt)]

Suma $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ początkowych n wyrazów pewnego ciągu arytmetycznego (a_n) jest określona wzorem $S_n = n^2 - 2n$ dla $n \geq 1$. Wyznacz wzór na n -ty wyraz tego ciągu.

Zadanie 12.15. [matura, sierpień 2012, zadanie 28. (2 pkt)]

Pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 3, czwarty wyraz tego ciągu jest równy 15. Oblicz sumę sześciu początkowych wyrazów tego ciągu.

Zadanie 12.16. [matura, czerwiec 2013, zadanie 20. (1 pkt)]

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , w którym różnica $r = -2$ oraz $a_{20} = 17$. Wówczas pierwszy wyraz tego ciągu jest równy

- A. 45 B. 50 C. 55 D. 60

Zadanie 12.17. [matura, czerwiec 2013, zadanie 31. (2 pkt)]

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 7 \cdot 3^{n+1}$, dla $n \geq 1$. Oblicz iloraz q tego ciągu.

Zadanie 12.18. [matura, sierpień 2013, zadanie 22. (1 pkt)]

Ciąg (a_n) określony jest wzorem $a_n = n^2 - n$ dla $n \geq 1$. Który wyraz tego ciągu jest równy 6?

- A. drugi B. trzeci C. szósty D. trzydziesty

Zadanie 12.19. [matura, maj 2014, zadanie 11. (1 pkt)]

Liczby 2, -1, -4 są trzema początkowymi wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wzór ogólny tego ciągu ma postać

- A. $a_n = -3n + 5$ B. $a_n = n - 3$ C. $a_n = -n + 3$ D. $a_n = 3n - 5$

Zadanie 12.20. [matura, czerwiec 2014, zadanie 11. (1 pkt)]

W ciągu geometrycznym (a_n) określonym dla $n \geq 1$ dane są $a_1 = 5$, natomiast iloraz $q = -2$. Suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa

- A. -1705 B. -1023 C. 1705 D. 5115

Zadanie 12.21. [matura, czerwiec 2014, zadanie 29. (2 pkt)]

Liczby: 6, $2x + 4$, $x + 26$, w podanej kolejności są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Oblicz różnicę r tego ciągu.

Zadanie 12.22. [matura, sierpień 2014, zadanie 13. (1 pkt)]

Suma dziesięciu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) jest równa 35. Pierwszy wyraz a_1 tego ciągu jest równy 3. Wtedy

- A. $a_{10} = \frac{7}{2}$ B. $a_{10} = 4$ C. $a_{10} = \frac{32}{5}$ D. $a_{10} = 32$

Zadanie 12.23. [matura, sierpień 2014, zadanie 31. (2 pkt)]

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla $n \geq 1$, w którym $a_5 = 22$ oraz $a_{10} = 47$. Oblicz pierwszy wyraz a_1 i różnicę r tego ciągu.

Zadanie 12.24. [matura, maj 2015, zadanie 13. (1 pkt)]

W rosnącym ciągu geometrycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, spełniony jest warunek $a_4 = 3a_1$. Iloraz q tego ciągu jest równy

A. $q = \frac{1}{3}$

B. $q = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

C. $q = \sqrt[3]{3}$

D. $q = 3$

Zadanie 12.25. [matura, maj 2015, zadanie 34. (5 pkt)]

W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 187. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i dziewiątego wyrazu tego ciągu, jest równa 12. Wyrazy a_1 , a_3 , a_k ciągu (a_n) , w podanej kolejności, tworzą nowy ciąg – trzywyrazowy ciąg geometryczny (b_n) . Oblicz k .

Zadanie 12.26. [matura, maj 2015, zadanie 11. (1 pkt)]

W ciągu arytmetycznym (a_n) określonym dla $n \geq 1$ dane są $a_1 = -4$ i $r = 2$. Którym wyrazem tego ciągu jest liczba 156?

A. 81

B. 80

C. 76

D. 77

Zadanie 12.27. [matura, maj 2015, zadanie 30. (2 pkt)]

Dany jest skończony ciąg, w którym pierwszy wyraz jest równy 444, a ostatni jest równy 653. Każdy wyraz tego ciągu, począwszy od drugiego, jest o 11 większy od wyrazu bezpośrednio go poprzedzającego. Oblicz sumę wszystkich wyrazów tego ciągu.

Zadanie 12.28. [matura, czerwiec 2015, zadanie 13. (1 pkt)]

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n$ dla $n \geq 1$. Suma dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

A. $2(1 - 2^{10})$

B. $-2(1 - 2^{10})$

C. $2(1 + 2^{10})$

D. $-2(1 + 2^{10})$

Zadanie 12.29. [matura, czerwiec 2015, zadanie 32. (4 pkt)]

Dany jest nieskończony rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) , dla $n \geq 1$ taki, że $a_5 = 18$. Wyrazy a_1 , a_3 oraz a_{13} tego ciągu są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu geometrycznego. Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu (a_n) .

Zadanie 12.30. [matura, czerwiec 2015, zadanie 13. (1 pkt)]

Ciąg $(x + 35, x - 10, x + 20)$ jest geometryczny. Stąd wynika, że

A. $x = -8$

B. $x = -1$

C. $x = 5$

D. $x = 15$

Zadanie 12.31. [matura, czerwiec 2015, zadanie 30. (2 pkt)]

W siedmiowyrazowym ciągu arytmetycznym środkowy wyraz jest równy 0. Udowodnij, że suma wyrazów tego ciągu jest równa 0.

Zadanie 12.32. [matura, czerwiec 2015, zadanie 34. (5 pkt)]

Deweloper oferuje możliwość kompletnego wyposażenia kuchni i salonu w ofercie „Malejące raty”. Wysokość pierwszej raty ustalono na 775 zł. Każda następna rata jest o 10 zł mniejsza

od poprzedniej. Całkowity koszt wyposażenia kuchni i salonu ustalono na 30 240 zł. Oblicz wysokość ostatniej raty i liczbę wszystkich rat.

Zadanie 12.33. [matura, czerwiec 2015, zadanie 1. (1 pkt)]

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_{n+1} = a_n + n - 6$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy $a_3 = -1$. Wyraz a_2 jest równy

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

Zadanie 12.34. [matura, sierpień 2015, zadanie 14. (1 pkt)]

Wszystkie dwucyfrowe liczby naturalne podzielne przez 7 tworzą rosnący ciąg arytmetyczny. Dwunastym wyrazem tego ciągu jest liczba

- A. 77 B. 84 C. 91 D. 98

Zadanie 12.35. [matura, sierpień 2015, zadanie 32. (4 pkt)]

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) o różnicy $r \neq 0$ i pierwszym wyrazie $a_1 = 2$. Pierwszy, drugi i czwarty wyraz tego ciągu są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego. Oblicz iloraz tego ciągu geometrycznego.

Zadanie 12.36. [matura, maj 2016, zadanie 14. (1 pkt)]

Czternasty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 8, a różnica tego ciągu jest równa $\left(-\frac{3}{2}\right)$. Siódmy wyraz tego ciągu jest równy

- A. $\frac{37}{2}$ B. $-\frac{37}{2}$ C. $-\frac{5}{2}$ D. $\frac{5}{2}$

Zadanie 12.37. [matura, maj 2016, zadanie 31. (2 pkt)]

W skończonym ciągu arytmetycznym (a_n) pierwszy wyraz a_1 jest równy 7 oraz ostatni wyraz a_n jest równy 89. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 2016. Oblicz, ile wyrazów ma ten ciąg.

Zadanie 12.38. [matura, czerwiec 2016, zadanie 31. (5 pkt)]

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2016$ oraz $a_5 + a_6 + a_7 + \dots + a_{12} = 2016$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n) .

Zadanie 12.39. [matura, sierpień 2016, zadanie 31. (4 pkt)]

Ciąg arytmetyczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = 2016 - 3n$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich dodatnich wyrazów tego ciągu.

Zadanie 12.40. [matura, maj 2017, zadanie 31. (2 pkt)]

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, dane są: wyraz $a_1 = 8$ i suma trzech początkowych wyrazów tego ciągu $S_3 = 33$. Oblicz różnicę $a_{16} - a_{13}$.

Zadanie 12.41. [matura, czerwiec 2017, zadanie 13. (1 pkt)]

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, spełniony jest warunek $2a_3 = a_2 + a_1 + 1$. Różnica r tego ciągu jest równa

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

Zadanie 12.42. [matura, czerwiec 2017, zadanie 14 (1 pkt)]

Dany jest ciąg geometryczny $(x, 2x^2, 4x^3, 8)$ o wyrazach nieujemnych. Wtedy

- A. $x = 0$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = 4$

Zadanie 12.43. [matura, czerwiec 2017, zadanie 30 (2 pkt)]

Suma trzydziestu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równa 30. Ponadto $a_{30} = 30$. Oblicz różnicę tego ciągu.

Zadanie 12.44. [matura, sierpień 2017, zadanie 31 (2 pkt)]

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, w którym spełniona jest równość $a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$. Oblicz sumę $a_{25} + a_{26}$.

Zadanie 12.45. [matura, maj 2018, zadanie 11 (1 pkt)]

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{5-2n}{6}$ dla $n \geq 1$. Ciąg ten jest

- A. arytmetyczny i jego różnica jest równa $r = -\frac{1}{3}$.
B. arytmetyczny i jego różnica jest równa $r = -2$.
C. geometryczny i jego iloraz jest równy $q = -\frac{1}{3}$.
D. geometryczny i jego iloraz jest równy $q = \frac{5}{6}$.

Zadanie 12.46. [matura, maj 2018, zadanie 12 (1 pkt)]

Dla ciągu arytmetycznego (a_n) określonego dla $n \geq 1$, jest spełniony warunek $a_4 + a_5 + a_6 = 12$. Wtedy

- A. $a_5 = 4$ B. $a_5 = 3$ C. $a_5 = 6$ D. $a_5 = 5$

Zadanie 12.47. [matura, maj 2018, zadanie 13 (1 pkt)]

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) określonego dla $n \geq 1$, w którym $a_1 = \sqrt{2}$, $a_2 = 2\sqrt{2}$, $a_3 = 4\sqrt{2}$. Wzór na n -ty wyraz tego ciągu ma postać

- A. $a_n = (\sqrt{2})^n$ B. $a_n = \frac{2^n}{\sqrt{2}}$ C. $a_n = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$ D. $a_n = \frac{(\sqrt{2})^n}{2}$

Zadanie 12.48. [matura, maj 2018, zadanie 31 (2 pkt)]

Dwunasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równy 30, a suma jego dwunastu początkowych wyrazów jest równa 162. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Zadanie 12.49. [matura, czerwiec 2018, zadanie 13 (1 pkt)]

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) określonego dla $n \geq 1$ są dodatnie i $3a_2 = 2a_3$. Stąd wynika, że iloraz q tego ciągu jest równy

- A. $q = \frac{2}{3}$ B. $q = \frac{3}{2}$ C. $q = 6$ D. $q = 5$

Zadanie 12.50. [matura, czerwiec 2018, zadanie 33 (4 pkt)]

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla liczb naturalnych $n \geq 1$, wyraz szósty jest liczbą dwa razy większą od wyrazu piątego, a suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $S_{10} = \frac{15}{4}$. Oblicz wyraz pierwszy oraz różnicę tego ciągu.

Zadanie 12.51. [matura, maj 2019, zadanie 12 (1 pkt)]

W ciągu geometrycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$. Wszystkie wyrazy tego ciągu są dodatnie i spełniony jest warunek $\frac{a_5}{a_3} = \frac{1}{9}$. Iloraz tego ciągu jest równy

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

Zadanie 12.52. [matura, maj 2019, zadanie 32 (4 pkt)]

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -4$, a średnia arytmetyczna początkowych sześciu wyrazów tego ciągu: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ jest równa 16.

- a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.
b) Oblicz liczbę k , dla której $a_k = -78$.

Zadanie 12.53. [matura, czerwiec 2019, zadanie 9 (1 pkt)]

Dany jest rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) , określonego dla liczb naturalnych $n \geq 1$, o wyrazach dodatnich. Jeśli $a_2 + a_9 = a_4 + a_k$, to k jest równe

- A. 8 B. 7 C. 6 D. 5

Zadanie 12.54. [matura, czerwiec 2019, zadanie 10 (1 pkt)]

W ciągu (a_n) określonym dla każdej liczby $n \geq 1$ jest spełniony warunek $a_{n+3} = -2 \cdot 3^{n+1}$.

Wtedy

- A. $a_5 = -54$ B. $a_5 = -27$ C. $a_5 = 27$ D. $a_5 = 54$

Zadanie 12.55. [matura, czerwiec 2019, zadanie 30 (2 pkt)]

W ciągu geometrycznym przez S_n oznaczamy sumę n początkowych wyrazów tego ciągu, dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wiadomo, że dla pewnego ciągu geometrycznego: $S_1 = 2$, $S_2 = 12$. Wyznacz iloraz i piąty wyraz tego ciągu.

Zadanie 12.56. [matura, sierpień 2019, zadanie 32 (4 pkt)]

W ciągu arytmetycznym $(a_1, a_2, \dots, a_{39}, a_{40})$ suma wyrazów tego ciągu o numerach parzystych jest równa 1340, a suma wyrazów ciągu o numerach nieparzystych jest równa 1400. Wyznacz ostatni wyraz tego ciągu arytmetycznego.

Zadanie 12.57. [matura, maj 2020, zadanie 33 (4 pkt)]

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$. Oblicz iloraz q tego ciągu należący do przedziału $\langle 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \rangle$.

Zadanie 12.58. [matura, wrzesień 2020, zadanie 27 (2 pkt)]

Dany jest trzywyrazowy ciąg $(x + 2, 4x + 2, x + 11)$. Oblicz wszystkie wartości x , dla których ten ciąg jest geometryczny.

Zadanie 12.59 [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 11. (1 pkt)]

Ciąg (x, y, z) jest geometryczny. Iloczyn wszystkich wyrazów tego ciągu jest równy 64. Stąd wynika, że y jest równe

- A. $3 \cdot 64$ B. $\frac{64}{3}$ C. 4 D. 3

Zadanie 12.60 [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 14. (1 pkt)]

Ciągi (a_n) , (b_n) oraz (c_n) są określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ następująco:

- $a_n = 6n^2 - n^3$
- $b_n = 2n + 13$
- $c_n = 2^n$

Wskaż zdanie prawdziwe.

- A. Ciąg (a_n) jest arytmetyczny. B. Ciąg (b_n) jest arytmetyczny.
C. Ciąg (c_n) jest arytmetyczny.
D. Wśród ciągów (a_n) , (b_n) , (c_n) nie ma ciągu arytmetycznego.

Zadanie 12.61 [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 35. (5 pkt)]

Rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu jest równa 10. Wyrazy a_3 , a_5 , a_{13} tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) .

Zadanie 12.62. [matura, czerwiec 2021, zadanie 13 (1 pkt)]

Dane są ciągi (a_n) , (b_n) , (c_n) , (d_n) określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ wzorami:

$$a_n = 20n + 3, \quad b_n = 2n^2 - 3, \quad c_n = n^2 + 10n - 2, \quad d_n = \frac{n + 187}{n}.$$

Liczba 197 jest dziesiątym wyrazem ciągu

- A. (a_n) B. (b_n) C. (c_n) D. (d_n)

Zadanie 12.63. [matura, czerwiec 2021, zadanie 31 (2 pkt)]

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla wszystkich liczb naturalnych $n \geq 1$. Suma dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $20a_{21} + 62$.

Oblicz różnicę ciągu (a_n) .

Zadanie 12.64. [matura, sierpień 2021, zadanie 15 (1 pkt)]

Suma wszystkich liczb całkowitych dodatnich parzystych i jednocześnie mniejszych od 1001 jest równa

- A. $\frac{2 + 998}{2} \cdot 499$ B. $\frac{2 + 1000}{2} \cdot 500$ C. $\frac{2 + 1001}{2} \cdot 500$ D. $\frac{1 + 1001}{2} \cdot 1001$

Zadanie 12.65 [informator maturalny CKE 2021, zadanie 23. (2 pkt)]

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_{n+1} = n \cdot a_n + 4 \text{ dla każdej liczby naturalnej } n \geq 1. \end{cases}$$

Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów ciągu (a_n) .

Zadanie 12.66 [informator maturalny CKE 2021, zadanie 24. (2 pkt)]

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem ogólnym: $a_n = 4n - 9$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wykaż, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

Zadanie 12.67 [informator maturalny CKE 2021, zadanie 26. (2 pkt)]

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.

Oblicz wartość m , dla której liczby $f(m), f(1), f(2)$ są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego.

Zadanie 12.68. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 15. (1 pkt)]

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = -3n + 5$ dla $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczby 2, (-1) , (-4) są trzema kolejnymi początkowymi wyrazami ciągu (a_n) .	P	F
(a_n) jest ciągiem arytmetycznym o różnicy równej 5.	P	F

Zadanie 12.69. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 14.]

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{7^n}{21}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 12.69.1. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 14.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pięćdziesiątym wyrazem ciągu (a_n) jest

A. $\frac{7^{49}}{3}$

B. $\frac{7^{50}}{3}$

C. $\frac{7^{51}}{3}$

D. $\frac{7^{52}}{3}$

Zadanie 12.69.2. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 14.2. (1 pkt)]

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Ciąg (a_n) jest geometryczny.	P	F
2.	Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 20.	P	F

Zadanie 12.70. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 16.]

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 3n - 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 12.70.1. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 16.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Ciąg (a_n) jest

A.	rosnący,	ponieważ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$	1.	$a_{n+1} - a_n = -1$
B.	malejący,		2.	$a_{n+1} - a_n = 0$
C.	stały,		3.	$a_{n+1} - a_n = 3$

Zadanie 12.70.2. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 16.2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Najmniejszą wartością n , dla której wyraz a_n jest większy od 25, jest

A. 8

B. 9

C. 7

D. 26

Zadanie 12.70.3. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 16.3. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 57 dla n równego

A. 6

B. 23

C. 5

D. 11

Zadanie 12.71. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 15. (1 pkt)]

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = 2n^2 + n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F
2.	Ósmy wyraz ciągu (a_n) jest równy 136.	P	F

Zadanie 12.72. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 16. (1 pkt)]

Pięciowyrazowy ciąg $\left(-3, \frac{1}{2}, x, y, 11\right)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y są równe

A. $x = 4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

B. $x = \frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

C. $x = -4$ oraz $y = \frac{15}{2}$.

D. $x = -\frac{15}{2}$ oraz $y = 4$.

Zadanie 12.73. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 17. (2 pkt)]

Dany jest ciąg geometryczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

W tym ciągu $a_1 = -5$, $a_2 = 15$, $a_3 = -45$.

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi tak, aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Wzór ogólny ciągu (a_n) ma postać

A. $a_n = -5 \cdot (-3)^{n-1}$

B. $a_n = -5 \cdot (-3)^n$

C. $a_n = -5 \cdot 3^{n-1}$

D. $a_n = -5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

E. $a_n = 5 \cdot \frac{(-3)^n}{3}$

F. $a_n = 5 \cdot (-3)^n \cdot 3$

Zadanie 12.74. [matura, maj 2023, zadanie 15. (1 pkt)]

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2^n \cdot (n+1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyraz a_4 jest równy

A. 64

B. 40

C. 48

D. 80

Zadanie 12.75. [matura, maj 2023, zadanie 16. (1 pkt)]

Trzywyrazowy ciąg $(27, 9, a - 1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

- A. 3 B. 0 C. 4 D. 2

Zadanie 12.76. [matura, maj 2023, zadanie 17. (2 pkt)]

Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości 8910 zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 30 zł.

Oblicz kwotę pierwszej raty. Zapisz obliczenia.

Zadanie 12.77. [matura, czerwiec 2023, zadanie 16. (1 pkt)]

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{3}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wyrazów tego ciągu mniejszych od 10 jest równa

- A. 28 B. 31 C. 32 D. 27

Zadanie 12.78. [matura, czerwiec 2023, zadanie 17. (1 pkt)]

Trzywyrazowy ciąg $(1, 4, a + 5)$ jest arytmetyczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a jest równa

- A. 0 B. 7 C. 2 D. 11

Zadanie 12.79. [matura, czerwiec 2023, zadanie 18. (1 pkt)]

Ciąg geometryczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

W tym ciągu $a_1 = 3,75$ oraz $a_2 = -7,5$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma trzech początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa

- A. 11,25 B. $(-18,75)$ C. 15 D. (-15)

Zadanie 12.80. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 14. (1 pkt)]

Ciąg (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma n początkowych wyrazów tego ciągu jest określona wzorem $S_n = 4 \cdot (2^n - 1)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest równy 4.	P	F
2.	Drugi wyraz ciągu (a_n) jest równa 12.	P	F

Zadanie 12.81. [matura, maj 2024, zadanie 15. (1 pkt)]

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-1)^n \cdot (n - 5)$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pierwszy wyraz ciągu (a_n) jest dwa razy większy od trzeciego wyrazu tego ciągu.	P	F
2.	Wszystkie wyrazy ciągu (a_n) są dodatnie.	P	F

Zadanie 12.82. [matura, maj 2024, zadanie 16. (1 pkt)]

Trzywyrazowy ciąg $(12, 6, 2m - 1)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Ten ciąg jest

A.	rosnący	oraz	1.	$m = \frac{1}{2}$
B.	malejący		2.	$m = 2$
			3.	$m = 3$

Zadanie 12.83. [matura, maj 2024, zadanie 17. (2 pkt)]

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy (-1) , a suma piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa (-165) . Oblicz różnicę tego ciągu. Zapisz obliczenia.

Zadanie 12.84. [matura, czerwiec 2024, zadanie 16.]

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2 \cdot (-1)^{n+1} + 5$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Zadanie 12.84.1. [matura, czerwiec 2024, zadanie 16.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Suma dziesięciu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu jest równa

A. 3 B. 7 C. 50 D. 100

Zadanie 12.84.2. [matura, czerwiec 2024, zadanie 16.2. (1 pkt)]

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Ciąg (a_n) jest malejący.	P	F
Ciąg (a_n) jest geometryczny.	P	F

Zadanie 12.85. [matura, czerwiec 2024, zadanie 17. (1 pkt)]

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, dane są wyrazy:
 $a_1 = 7$ oraz $a_2 = 13$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyraz a_{10} jest równy

- A. (-47) B. 52 C. 61 D. 67

Zadanie 12.86. [matura, czerwiec 2024, zadanie 18. (1 pkt)]

Trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, x)$ jest arytmetyczny.

Trzywyrazowy ciąg $(-1, 2, y)$ jest geometryczny.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczby x oraz y spełniają warunki

- A. $x > 0$ i $y > 0$ B. $x > 0$ i $y < 0$ C. $x < 0$ i $y > 0$ D. $x < 0$ i $y < 0$

13. Trygonometria

Zadanie 13.1. [matura, maj 2010, zadanie 14. (1 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{3}{4}$. Wartość wyrażenia $2 - \cos^2 \alpha$ jest równa.

- A. $\frac{25}{16}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{17}{16}$ D. $\frac{31}{16}$

Zadanie 13.2. [matura, maj 2010, zadanie 29. (2 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$. Oblicz $\cos \alpha$.

Zadanie 13.3. [matura, maj 2011, zadanie 13. (1 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{5}{13}$. Wtedy

- A. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{5}$ B. $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{12}$
 C. $\sin \alpha = \frac{12}{5}$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{13}$ D. $\sin \alpha = \frac{5}{12}$ i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{13}$

Zadanie 13.4. [matura, maj 2011, zadanie 14. (1 pkt)]

Wartość wyrażenia $\frac{\sin^2 38^\circ + \cos^2 38^\circ - 1}{\sin^2 52^\circ + \cos^2 52^\circ + 1}$ jest równa

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

Zadanie 13.5. [matura, maj 2011, zadanie 28. (2 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.

Zadanie 13.6. [matura, czerwiec 2011, zadanie 12. (1 pkt)]

W trójkącie prostokątnym dane są kąty ostre: $\alpha = 41^\circ$ i $\beta = 49^\circ$. Wtedy $\frac{\cos \alpha + \sin \beta}{\cos \alpha}$ równa się

- A. $1 + \sin 49^\circ$ B. $\sin 49^\circ$ C. 1 D. 2

Zadanie 13.7. [matura, maj 2012, zadanie 10. (1 pkt)]

Liczba $\operatorname{tg} 30^\circ - \sin 30^\circ$ jest równa

- A. $\sqrt{3} - 1$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{3} - 1}{6}$ D. $\frac{2\sqrt{3} - 3}{6}$

Zadanie 13.8. [matura, maj 2012, zadanie 11. (1 pkt)]

W trójkącie prostokątnym ABC odcinek AB jest przeciwprostokątną i $|AB| = 13$ oraz $|BC| = 12$.

Wówczas sinus kąta ABC jest równy

- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{5}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{13}{12}$

Zadanie 13.9. [matura, czerwiec 2012, zadanie 28. (2 pkt)]

Uzasadnij, że jeżeli α jest kątem ostrym, to $\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^4 \alpha$.

Zadanie 13.10. [matura, maj 2013, zadanie 14. (1 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Wartość wyrażenia $\cos^2 \alpha - 2$ jest równa

- A. $-\frac{7}{4}$ B. $-\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Zadanie 13.11. [matura, maj 2013, zadanie 27. (2 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin^2 \alpha - 3 \cos^2 \alpha$.

Zadanie 13.12. [matura, czerwiec 2013, zadanie 6. (1 pkt)]

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$ jest równe

- A. $2 \sin^2 \alpha$ B. $2 \cos^2 \alpha$ C. 1 D. 2

Zadanie 13.13. [matura, czerwiec 2013, zadanie 7. (1 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{1}{3}$. Wartość wyrażenia $1 + \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha$ jest równa

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{11}{9}$ C. $\frac{17}{9}$ D. $\frac{11}{3}$

Zadanie 13.14. [matura, czerwiec 2013, zadanie 28. (2 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Oblicz wartość wyrażenia $2 + \sin^3 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha$.

Zadanie 13.15. [matura, maj 2014, zadanie 14. (1 pkt)]

Jeżeli α jest kątem ostrym oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$, to wartość wyrażenia $\frac{3 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}{\sin \alpha - 5 \cos \alpha}$ jest równa

- A. $-\frac{11}{23}$ B. $\frac{24}{5}$ C. $-\frac{23}{11}$ D. $\frac{5}{24}$

Zadanie 13.16. [matura, czerwiec 2014, zadanie 13. (1 pkt)]

Miara kąta α spełnia warunek: $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Wyrażenie $\frac{\cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$ jest równe

- A. 1 B. $2 \cos^2 \alpha$ C. 2 D. $2 \sin^2 \alpha$

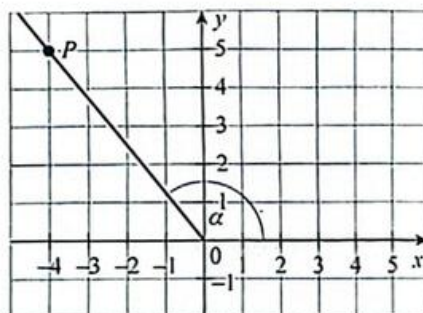
Zadanie 13.17. [matura, czerwiec 2014, zadanie 28. (2 pkt)]

Kąt α jest ostry oraz $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$.

Zadanie 13.18. [matura, maj 2015, zadanie 14. (1 pkt)]

Tangens kąta α zaznaczonego na rysunku jest równy

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{4}{5}$
C. -1 D. $-\frac{5}{4}$

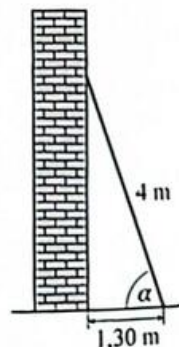
**Zadanie 13.19.** [matura, maj 2015, zadanie 15. (1 pkt)]

Jeśli $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ oraz $\operatorname{tg} \alpha = 2 \sin \alpha$, to

- A. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\cos \alpha = 1$

Zadanie 13.20. [matura, maj 2015, zadanie 13. (1 pkt)]

Drabinę o długości 4 metrów oparto o pionowy mur, a jej podstawę umieszczono w odległości 1,30 m od tego muru (zobacz rysunek).



Kąt α , pod jakim ustawiono drabinę, spełnia warunek

- A. $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ B. $30^\circ < \alpha < 45^\circ$
C. $45^\circ < \alpha < 60^\circ$ D. $60^\circ < \alpha < 90^\circ$

Zadanie 13.21. [matura, czerwiec 2015, zadanie 7. (1 pkt)]Wartość wyrażenia $\sin 120^\circ - \cos 30^\circ$ jest równa

- A. $\sin 90^\circ$ B. $\sin 150^\circ$ C. $\sin 0^\circ$ D. $\sin 60^\circ$

Zadanie 13.22. [matura, czerwiec 2015, zadanie 8. (1 pkt)]Wyrażenie $3\sin^3 \alpha \cos \alpha + 3\sin \alpha \cos^3 \alpha$ może być przekształcone do postaci

- A. 3 B. $3\sin \alpha \cos \alpha$ C. $3\sin^3 \alpha \cos^3 \alpha$ D. $6\sin^4 \alpha \cos^4 \alpha$

Zadanie 13.23. [matura, czerwiec 2015, zadanie 14. (1 pkt)]Kąt α jest najmniejszym z kątów trójkąta prostokątnego o bokach długości 2, $\sqrt{3}$, 1. Wtedy

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ C. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 13.24. [matura, czerwiec 2015, zadanie 15. (1 pkt)]Dla każdego kąta α , spełniającego warunek $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, wyrażenie $\frac{2\sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$ jest równe

- A. $\cos^2 \alpha \cos^2 \alpha$ B. $\sin \alpha$ C. $2\sin \alpha$ D. $\cos^2 \alpha$

Zadanie 13.25. [matura, maj 2016, zadanie 17. (1 pkt)]Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$. Wtedy

- A. $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{26}$ B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{13}}{13}$ C. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{13}}{13}$ D. $\sin \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13}$

Zadanie 13.26. [matura, maj 2016, zadanie 28. (2 pkt)]Kąt α jest ostry i $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{3}{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$.**Zadanie 13.27.** [matura, maj 2017, zadanie 14. (1 pkt)]Jeśli $m = \sin 50^\circ$, to

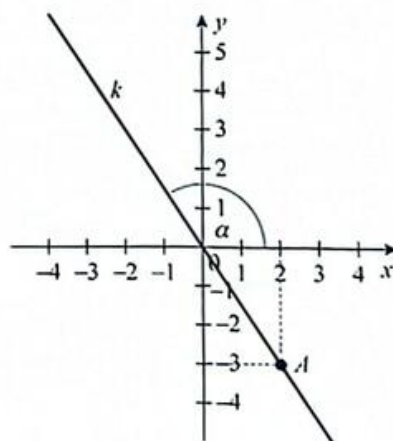
- A. $m = \sin 40^\circ$ B. $m = \cos 40^\circ$ C. $m = \cos 50^\circ$ D. $m = \operatorname{tg} 50^\circ$

Zadanie 13.28. [matura, maj 2017, zadanie 18. (1 pkt)]

Na rysunku przedstawiona jest prosta k , przechodząca przez punkt $A = (2, -3)$ i przez początek układu współrzędnych, oraz zaznaczony jest kąt α nachylenia tej prostej do osi Ox .

Zatem

- A. $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{3}$ B. $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{2}$
 C. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ D. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2}$



Zadanie 13.29. [matura, czerwiec 2017, zadanie 15. (1 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{5}$. Wówczas $\sin \alpha$ jest równy

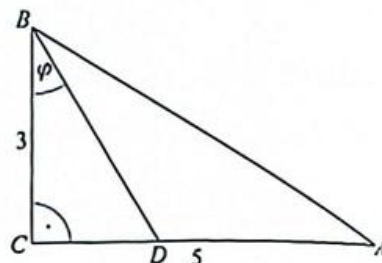
- A. $\frac{5}{17}$ B. $\frac{12}{17}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

Zadanie 13.30. [matura, czerwiec 2017, zadanie 17. (1 pkt)]

Odcinek BD jest zawarty w dwusiecznej kąta ostrego ABC trójkąta prostokątnego, w którym przyprostokątne AC i BC mają długości odpowiednio 5 i 3.

Wówczas miara φ kąta DBC spełnia warunek

- A. $20^\circ < \varphi < 25^\circ$ B. $25^\circ < \varphi < 30^\circ$
C. $30^\circ < \varphi < 35^\circ$ D. $35^\circ < \varphi < 40^\circ$



Zadanie 13.31. [matura, czerwiec 2017, zadanie 27. (2 pkt)]

Kąt α jest ostry i spełniona jest równość $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

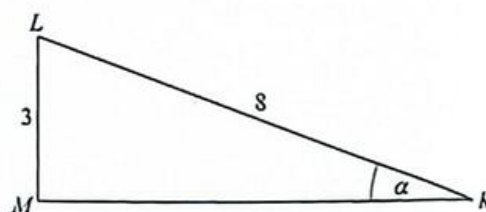
Oblicz wartość wyrażenia $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2$.

Zadanie 13.32. [matura, maj 2018, zadanie 14. (1 pkt)]

Przyprostokątna LM trójkąta prostokątnego KLM ma długość 3, a przeciwprostokątna KL ma długość 8 (zobacz rysunek).

Wtedy miara α kąta ostrego LKM tego trójkąta spełnia warunek

- A. $27^\circ < \alpha \leq 30^\circ$ B. $24^\circ < \alpha \leq 27^\circ$ C. $21^\circ < \alpha \leq 24^\circ$ D. $18^\circ < \alpha \leq 21^\circ$



Zadanie 13.33. [matura, czerwiec 2018, zadanie 15. (1 pkt)]

Liczba $1 - \operatorname{tg} 40^\circ$ jest

- A. ujemna. B. dodatnia, ale mniejsza od 0,1.
C. większa od 0,1, ale mniejsza od 0,5. D. większa od 0,5.

Zadanie 13.34. [matura, czerwiec 2018, zadanie 30. (2 pkt)]

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$. Oblicz wartość wyrażenia $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$.

Zadanie 13.35. [matura, maj 2019, zadanie 13. (1 pkt)]

Sinus kąta ostrego α jest równy $\frac{4}{5}$. Wtedy

- A. $\cos \alpha = \frac{5}{4}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ C. $\cos \alpha = \frac{9}{25}$ D. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

Zadanie 13.36. [matura, czerwiec 2019, zadanie 12. (1 pkt)]

Kąt $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$ oraz wiadomo, że $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{3}{8}$.

Wartość wyrażenia $(\cos \alpha - \sin \alpha)^2 + 2$ jest równa

- A. $\frac{15}{4}$ B. $\frac{9}{4}$ C. $\frac{27}{8}$ D. $\frac{21}{8}$

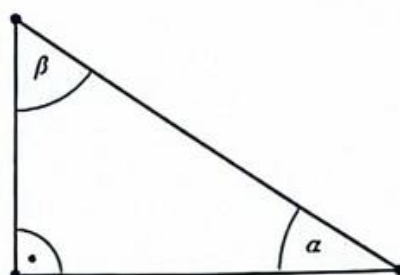
Zadanie 13.37. [matura, czerwiec 2019, zadanie 13. (1 pkt)]

Wartość wyrażenia $2\sin^2 18^\circ + \sin^2 72^\circ + \cos^2 18^\circ$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Zadanie 13.38. [matura, maj 2020, zadanie 19. (1 pkt)]

Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β (zobacz rysunek).



Wyrażenie $2\cos \alpha - \sin \beta$ jest równe

- A. $2\sin \beta$ B. $\cos \alpha$
C. 0 D. 2

Zadanie 13.39. [matura, maj 2020, zadanie 31. (2 pkt)]

Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\frac{2\sin \alpha + 3\cos \alpha}{\cos \alpha} = 4$. Oblicz tangens kąta α .

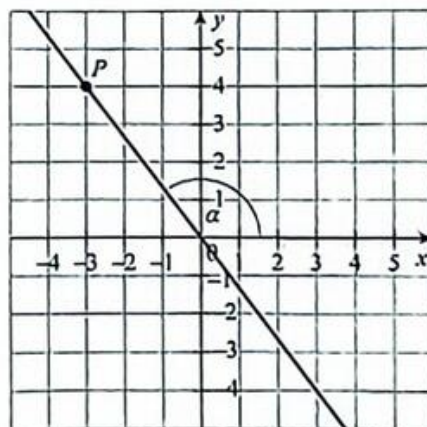
Zadanie 13.40. [matura, czerwiec 2020, zadanie 31. (2 pkt)]

Prosta k jest nachylona do osi Ox pod kątem ostrym α , takim, że $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Wyznacz współczynnik kierunkowy prostej k .

Zadanie 13.41. [matura, wrzesień 2020, zadanie 16. (1 pkt)]

Punkty $P = (-3, 4)$ i $O = (0, 0)$ leżą na jednej prostej.

Kąt α jest kątem nachylenia tej prostej do osi Ox (zobacz rysunek).



Wtedy tangens kąta α jest równy

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $-\frac{4}{3}$
C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

Zadanie 13.42. [matura, maj 2021, zadanie 16. (1 pkt)]

Dla każdego kąta ostrego α iloczyn $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} \cdot \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin \alpha}$ jest równy

- A. $\sin \alpha$ B. $\operatorname{tg} \alpha$ C. $\cos \alpha$ D. $\sin^2 \alpha$

Zadanie 13.43. [matura, czerwiec 2021, zadanie 15. (1 pkt)]

Kąt o mierze α jest ostry i $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{5}$. Wtedy

- A. $\cos^2 \alpha = \frac{1}{6}$ B. $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$ C. $\cos^2 \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\cos^2 \alpha = \frac{5}{6}$

Zadanie 13.44. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 29. (1 pkt)]

Dany jest kąt o mierze α taki, że $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ oraz $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dla kąta α spełnione jest równanie: $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.	P	F
2.	Dla kąta α spełnione jest równanie: $ \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$.	P	F

Zadanie 13.45. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 22. (1 pkt)]

Kąt α jest ostry oraz $4\operatorname{tg} \alpha = 3\sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 4

Zadanie 13.46. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 18. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $(1 - \cos 20^\circ) \cdot (1 + \cos 20^\circ) - \sin^2 20^\circ$ jest równa

- A. (-1) B. 0 C. 1 D. 20

Zadanie 13.47. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 18. (1 pkt)]

Kąt α jest ostry oraz

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \frac{64}{9}.$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ jest równa

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{64}{9}$ D. $\frac{9}{64}$

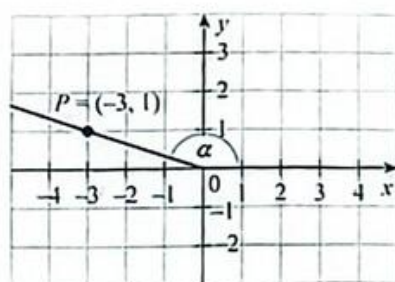
Zadanie 13.48. [matura, maj 2023, zadanie 18. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt α o wierzchołku w punkcie $O = (0, 0)$. Jedno z ramion tego kąta pokrywa się z dodatnią półosią Ox , a drugie przechodzi przez punkt $P = (-3, 1)$ (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta α jest równy

- A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$ B. $\left(-\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$ C. $\left(-\frac{3}{1}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{3}\right)$

**Zadanie 13.49.** [matura, maj 2023, zadanie 19. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ jest równe

- A. $\sin^2 \alpha$ B. $\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$
C. $\sin^4 \alpha + 1$ D. $\sin^2 \alpha \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha)$

Zadanie 13.50. [matura, czerwiec 2023, zadanie 19. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\cos \alpha - \cos \alpha \cdot \sin^2 \alpha$ jest równe

- A. $\cos^3 \alpha$ B. $\sin^2 \alpha$ C. $1 - \sin^2 \alpha$ D. $\cos \alpha$

Zadanie 13.51. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 16. (2 pkt)]

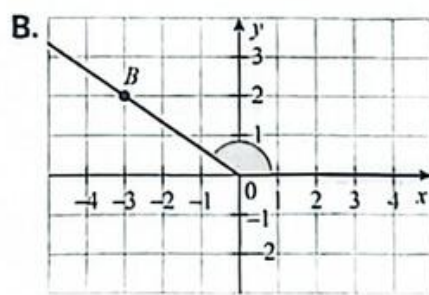
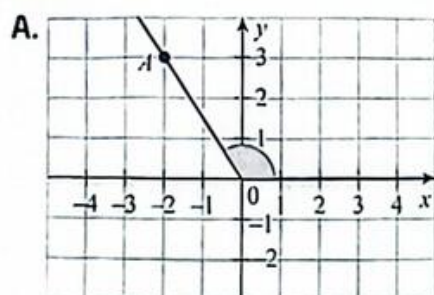
Dane są dwa kąty o miarach α oraz β , spełniające warunki:

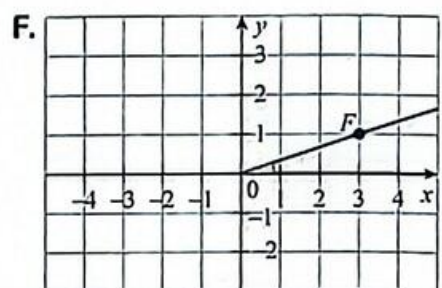
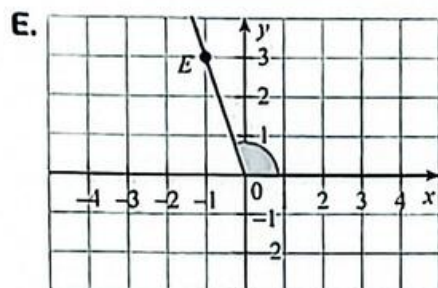
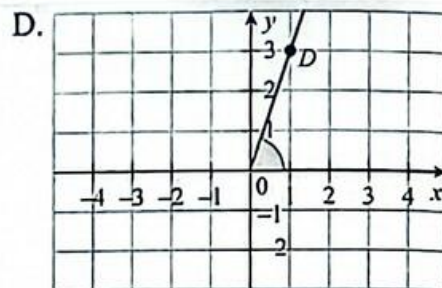
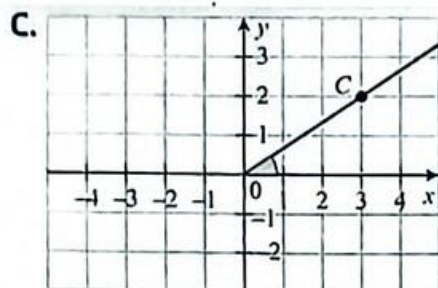
$$\alpha \in (0^\circ, 180^\circ) \text{ i } \operatorname{tg} \alpha = -\frac{2}{3} \text{ oraz } \beta \in (0^\circ, 180^\circ) \text{ i } \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

Na rysunkach A–F w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono różne kąty – w tym kąt o mierze α oraz kąt o mierze β . Jedno z ramion każdego z tych kątów pokrywa się z dodatnią półosią Ox , a drugie przechodzi przez jeden z punktów o współrzędnych całkowitych: A lub B, lub C, lub D, lub E, lub F.

Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–F.

13.51.1.	Kąt α jest zaznaczony na rysunku	
13.51.2.	Kąt β jest zaznaczony na rysunku	





Zadanie 13.52. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 17. (1 pkt)]

Kąt α jest ostry oraz $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

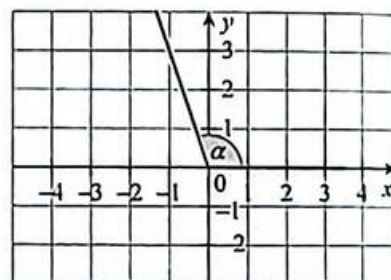
Tangens kąta α jest równy

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

Zadanie 13.53. [matura, maj 2024, zadanie 18. (2 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) zaznaczono kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = -3$ oraz $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ (zobacz rysunek).

Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wykropkowanych miejscach.



Prawdziwe są zależności: oraz

- A. $\sin \alpha < 0$ B. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha < 0$ C. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$
 D. $\cos \alpha > 0$ E. $\sin \alpha = -\frac{1}{3} \cos \alpha$ F. $\sin \alpha = -3 \cos \alpha$

Zadanie 13.54. [matura, maj 2024, zadanie 19. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sin^3 20^\circ + \cos^2 20^\circ \cdot \sin 20^\circ$ jest równa

- A. $\cos 20^\circ$ B. $\sin 20^\circ$ C. $\operatorname{tg} 20^\circ$ D. $\sin 20^\circ \cdot \cos 20^\circ$

Zadanie 13.55. [matura, czerwiec 2024, zadanie 19. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $1 + \cos^2 27^\circ$ jest równa

- A. $2 - \sin^2 27^\circ$ B. $\sin^2 27^\circ$ C. $2 + \sin^2 27^\circ$ D. 2

14. Planimetria

Zadanie 14.1. [matura, maj 2010, zadanie 15. (1 pkt)]

Okrąg opisany na kwadracie ma promień 4. Długość boku tego kwadratu jest równa

- A. $4\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 8 D. 4

Zadanie 14.2. [matura, maj 2010, zadanie 16. (1 pkt)]

Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 6, a ramię ma długość 5. Wysokość opuszczona na podstawę ma długość

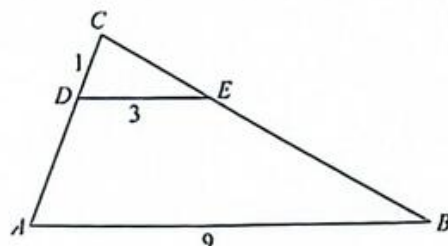
- A. 3 B. 4 C. $\sqrt{34}$ D. $\sqrt{61}$

Zadanie 14.3. [matura, maj 2010, zadanie 17. (1 pkt)]

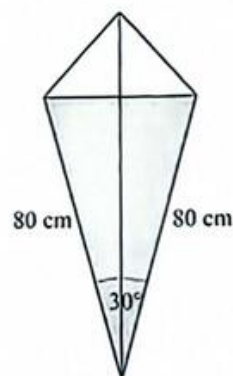
Odcinki AB i DE są równoległe. Długości odcinków CD , DE i AB są odpowiednio równe 1, 3 i 9.

Długość odcinka AD jest równa.

- A. 2 B. 3
C. 5 D. 6

**Zadanie 14.4.** [matura, maj 2010, zadanie 19. (1 pkt)]

Latawiec ma wymiary podane na rysunku.



Powierzchnia zacieniowanego trójkąta jest równa

- A. 3200 cm^2 B. 6400 cm^2
C. 1600 cm^2 D. 800 cm^2

Zadanie 14.5. [matura, maj 2010, zadanie 31. (2 pkt)]

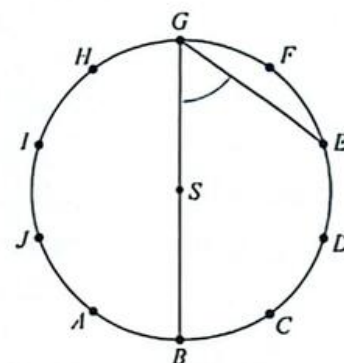
W trapezie prostokątnym krótsza przekątna dzieli go na trójkąt prostokątny i trójkąt równoboczny. Dłuższa podstawa trapezu jest równa 6. Oblicz obwód tego trapezu.

Zadanie 14.6. [matura, maj 2010, zadanie 34. (5 pkt)]

W dwóch hotelach wybudowano prostokątne baseny. Basen w pierwszym hotelu ma powierzchnię 240 m^2 . Basen w drugim hotelu ma powierzchnię 350 m^2 oraz jest o 5 m dłuższy i 2 m szerszy niż w pierwszym hotelu. Oblicz, jakie wymiary mogą mieć baseny w obu hotelach. Podaj wszystkie możliwe odpowiedzi.

Zadanie 14.7. [matura, sierpień 2010, zadanie 19. (1 pkt)]

Punkty $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J$ dzielą okrąg o środku S na dziesięć równych łuków.

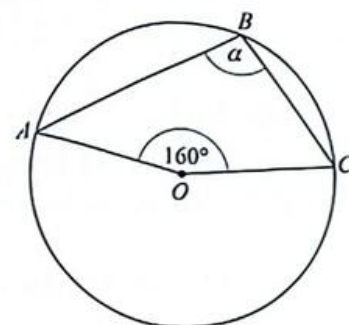


Oblicz miarę kąta wpisanego BGE zaznaczonego na rysunku.

- A. 54° B. 72°
C. 60° D. 45°

Zadanie 14.8. [matura, maj 2011, zadanie 16. (1 pkt)]

Punkt O jest środkiem okręgu. Kąt wpisany α ma miarę



- A. 80° B. 100°
C. 110° D. 120°

Zadanie 14.9. [matura, maj 2011, zadanie 17. (1 pkt)]

Wysokość rombu o boku długości 6 i kącie ostrym 60° jest równa

- A. $3\sqrt{3}$ B. 3 C. $6\sqrt{3}$ D. 6

Zadanie 14.10. [matura, czerwiec 2011, zadanie 17. (1 pkt)]

Obwód prostokąta jest równy 28 . Stosunek długości jego boków jest równy $3 : 4$. Dłuższy bok tego prostokąta jest równy

- A. 14 B. 8 C. 7 D. 6

Zadanie 14.11. [matura, czerwiec 2011, zadanie 19. (1 pkt)]

Dane są dwa okręgi o promieniach 12 i 17 . Większy okrąg przechodzi przez środek mniejszego okręgu. Odległość między środkami tych okręgów jest równa

- A. 5 B. 12 C. 17 D. 29

Zadanie 14.12. [matura, sierpień 2011, zadanie 31. (5 pkt)]

Dwie szkoły mają prostokątne boiska. Przekątna każdego boiska jest równa 65 m . Boisko w drugiej szkole ma długość o 4 m większą niż boisko w pierwszej szkole, ale szerokość o 8 m mniejszą. Oblicz długość i szerokość każdego z tych boisk.

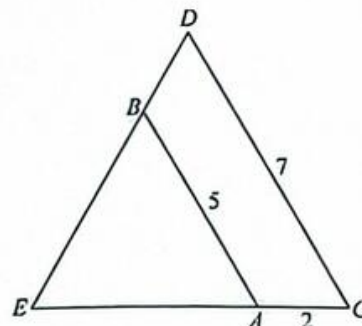
Zadanie 14.13. [matura, maj 2012, zadanie 13. (1 pkt)]

W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długości 5 i 7. Obwód tego trójkąta jest równy

- A. $16\sqrt{6}$ B. $14\sqrt{6}$ C. $12 + 4\sqrt{6}$ D. $12 + 2\sqrt{6}$

Zadanie 14.14. [matura, maj 2012, zadanie 14. (1 pkt)]

Odcinki AB i CD są równoległe i $|AB| = 5$, $|AC| = 2$, $|CD| = 7$ (zobacz rysunek).

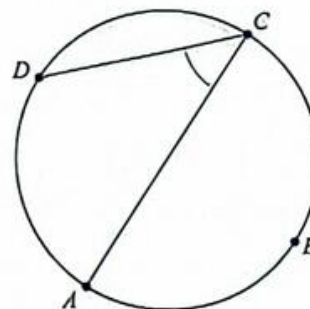


Długość odcinka AE jest równa

- A. $\frac{10}{7}$ B. $\frac{14}{5}$
C. 3 D. 5

Zadanie 14.15. [matura, maj 2012, zadanie 16. (1 pkt)]

Punkty A, B, C, D dzielą okrąg na 4 równe łuki.



Miara zaznaczonego na rysunku kąta wpisanego ACD jest równa

- A. 90° B. 60°
C. 45° D. 30°

Zadanie 14.16. [matura, czerwiec 2012, zadanie 7. (1 pkt)]

Jeden kąt trójkąta ma miarę 54° . Z pozostałych dwóch kątów tego trójkąta jeden jest 6 razy większy od drugiego. Miary pozostałych kątów są równe

- A. 21° i 105° B. 11° i 66° C. 18° i 108° D. 16° i 96°

Zadanie 14.17. [matura, czerwiec 2012, zadanie 8. (1 pkt)]

Krótszy bok prostokąta ma długość 6. Kąt między przekątną prostokąta i dłuższym bokiem ma miarę 30° . Dłuższy bok prostokąta ma długość

- A. $2\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{3}$ C. $6\sqrt{3}$ D. 12

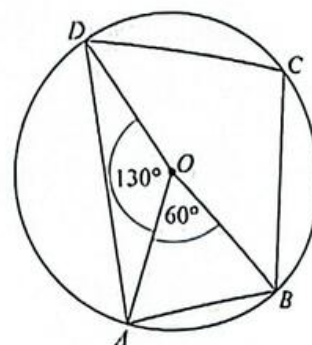
Zadanie 14.18. [matura, czerwiec 2012, zadanie 9. (1 pkt)]

Cięciwa okręgu ma długość 8 cm i jest oddalona od jego środka o 3 cm. Promień tego okręgu ma długość

- A. 3 cm B. 4 cm C. 5 cm D. 8 cm

Zadanie 14.19. [matura, czerwiec 2012, zadanie 10. (1 pkt)]

Punkt O jest środkiem okręgu.



Kąt wpisany BAD ma miarę

- A. 150° B. 120°
C. 115° D. 85°

Zadanie 14.20. [matura, czerwiec 2012, zadanie 27. (2 pkt)]

Podstawy trapezu prostokątnego mają długości 6 i 10 oraz tangens jego kąta ostrego jest równy 3. Oblicz pole tego trapezu.

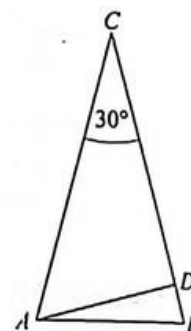
Zadanie 14.21. [matura, czerwiec 2012, zadanie 31. (2 pkt)]

Dany jest romb, którego kąt ostry ma miarę 45° , a jego pole jest równe $50\sqrt{2}$. Oblicz wysokość tego rombu.

Zadanie 14.22. [matura, sierpień 2012, zadanie 29. (2 pkt)]

W trójkącie równoramiennym ABC dane są $|AC| = |BC| = 6$

i $|\angle ACB| = 30^\circ$ (zobacz rysunek).



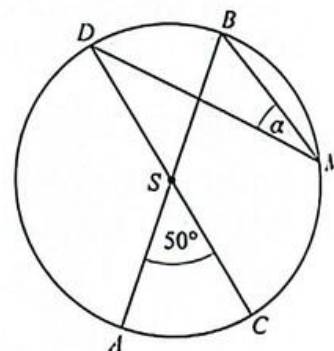
Oblicz wysokość AD trójkąta opuszczoną z wierzchołka A na bok BC .

Zadanie 14.23. [matura, maj 2013, zadanie 15. (1 pkt)]

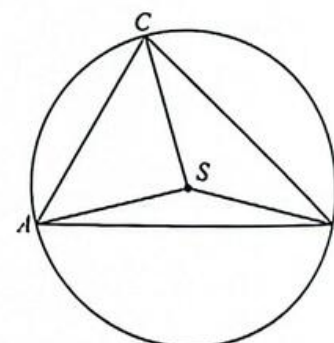
Średnice AB i CD okręgu o środku S przecinają się pod kątem 50° (tak jak na rysunku).

Miara kąta α jest równa

- A. 25° B. 30°
C. 40° D. 50°

**Zadanie 14.24.** [matura, maj 2013, zadanie 32. (4 pkt)]

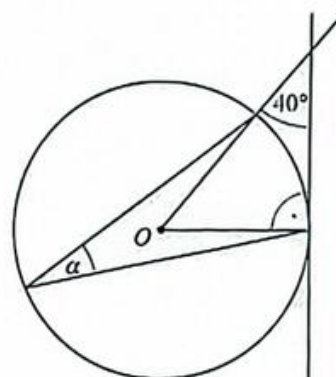
Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym ABC . Kąt ACS jest trzy razy większy od kąta BAS , a kąt CBS jest dwa razy większy od kąta BAS .



Oblicz kąty trójkąta ABC .

Zadanie 14.25. [matura, czerwiec 2013, zadanie 11. (1 pkt)]

Punkt O jest środkiem okręgu.



Kąt α , zaznaczony na rysunku, ma miarę

- A. 50° B. 45°
C. 25° D. 20°

Zadanie 14.26. [matura, czerwiec 2013, zadanie 13. (1 pkt)]

Prostokąt $ABCD$ o przekątnej długości $2\sqrt{13}$ jest podobny do prostokąta o bokach długości 2 i 3. Obwód prostokąta $ABCD$ jest równy

- A. 10 B. 20 C. 5 D. 24

Zadanie 14.27. [matura, czerwiec 2013, zadanie 14. (1 pkt)]

Kosinus kąta ostrego rombu jest równy $\frac{\sqrt{3}}{2}$, bok rombu ma długość 3. Pole tego rombu jest równe

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ D. 6

Zadanie 14.28. [matura, maj 2014, zadanie 12. (1 pkt)]

Jeżeli trójkąty ABC i $A'B'C'$ są podobne, a ich pola są, odpowiednio, równe 25 cm^2 i 50 cm^2 , to skala podobieństwa $\frac{A'B'}{AB}$ jest równa

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

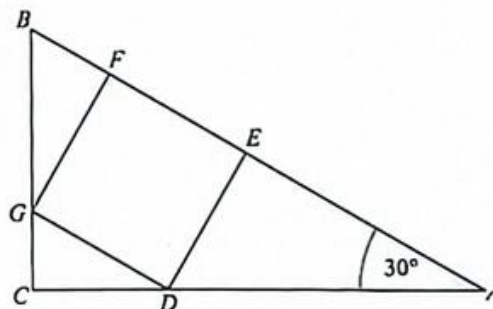
Zadanie 14.29. [matura, maj 2014, zadanie 17. (1 pkt)]

Kąt środkowy oparty na łuku, którego długość jest równa $\frac{4}{9}$ długości okręgu, ma miarę

- A. 160° B. 80° C. 40° D. 20°

Zadanie 14.30. [matura, maj 2014, zadanie 34. (4 pkt)]

Kąt CAB trójkąta prostokątnego ACB ma miarę 30° . Pole kwadratu $DEFG$, wpisanego w ten trójkąt (zobacz rysunek), jest równe 4.



Oblicz pole trójkąta ACB .

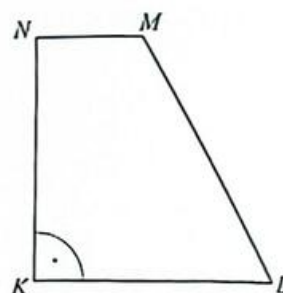
Zadanie 14.31. [matura, czerwiec 2014, zadanie 14. (1 pkt)]

W trapezie $KLMN$, w którym $KL \parallel MN$, kąt LKN jest prosty (zobacz rysunek) oraz dane są:

$$|MN| = 3, |KN| = 4\sqrt{3}, |\angle KLM| = 60^\circ.$$

Pole tego trapezu jest równe

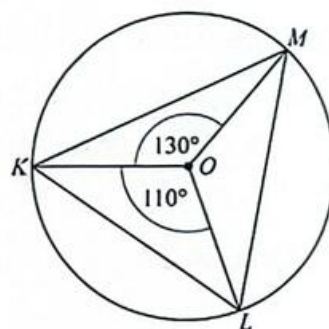
- A. $4 + 2\sqrt{3}$ B. $10\sqrt{3}$
C. $20\sqrt{3}$ D. $24 + 6\sqrt{3}$

**Zadanie 14.32.** [matura, czerwiec 2014, zadanie 17. (1 pkt)]

Punkt O jest środkiem okręgu (zobacz rysunek).

Miara kąta LKM jest równa

- A. 30° B. 60°
C. 90° D. 120°

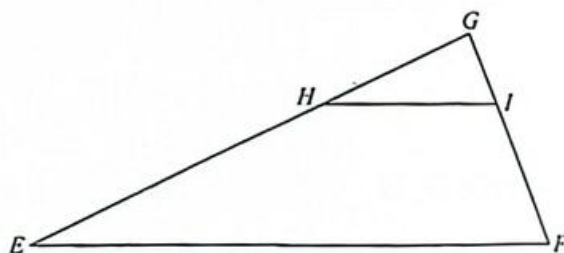
**Zadanie 14.33.** [matura, czerwiec 2014, zadanie 18. (1 pkt)]

Na trójkącie prostokątnym, którego przyprostokątne mają długości 12 i 9, opisano okrąg. Promień tego okręgu jest równy

- A. $\sqrt{108}$ B. $\frac{15}{2}$ C. 15 D. $\frac{\sqrt{108}}{2}$

Zadanie 14.34. [matura, czerwiec 2014, zadanie 20. (1 pkt)]

W trójkącie EFG bok EF ma długość 21. Prosta równoległa do boku EF przecina boki EG i FG trójkąta odpowiednio w punktach H oraz I (zobacz rysunek) w taki sposób, że $|HI| = 7$ i $|GI| = 3$.



Wtedy długość odcinka FI jest równa

- A. 6 B. 9 C. 12 D. 17

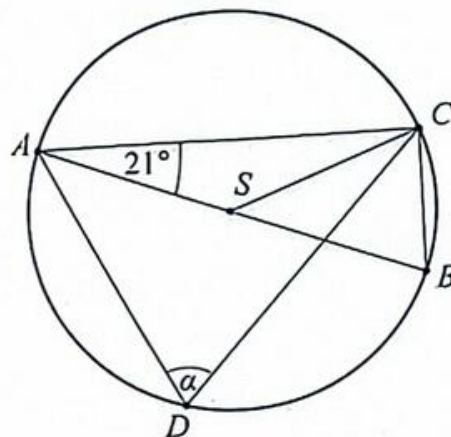
Zadanie 14.35. [matura, czerwiec 2014, zadanie 21. (1 pkt)]

Na planie miasta, narysowanym w skali 1 : 20 000, park jest prostokątem o bokach 2 cm i 5 cm. Stąd wynika, że ten park ma powierzchnię

- A. 20 000 m² B. 40 000 m² C. 200 000 m² D. 400 000 m²

Zadanie 14.36. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 19. (0-1)]

Na okręgu o środku S leżą punkty A, B, C i D . Odcinek AB jest średnicą tego okręgu. Kąt między tą średnicą a cięciwą AC jest równy 21° (zobacz rysunek).



Kąt α między cięciwami AD i CD jest równy

- A. 21° B. 42°
C. 48° D. 69°

Zadanie 14.37. [matura, maj 2015, zadanie 16. (1 pkt)]

Miara kąta wpisanego w okrąg jest o 20° mniejsza od miary kąta środkowego opartego na tym samym łuku. Wynika stąd, że miara kąta wpisanego jest równa.

- A. 5° B. 10° C. 20° D. 30°

Zadanie 14.38. [matura, maj 2015, zadanie 17. (1 pkt)]

Pole rombu o obwodzie 8 jest równe 1. Kąt ostry tego rombu ma miarę α . Wtedy

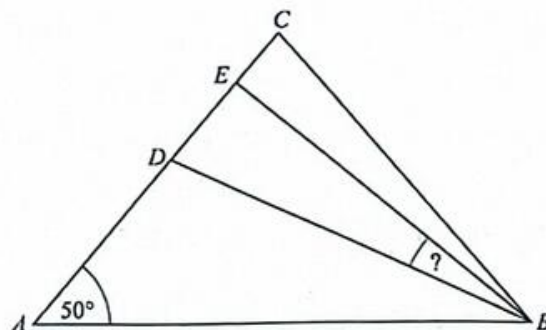
- A. $14^\circ < \alpha < 15^\circ$ B. $29^\circ < \alpha < 30^\circ$ C. $60^\circ < \alpha < 61^\circ$ D. $75^\circ < \alpha < 76^\circ$

Zadanie 14.39. [matura, maj 2015, zadanie 15. (1 pkt)]

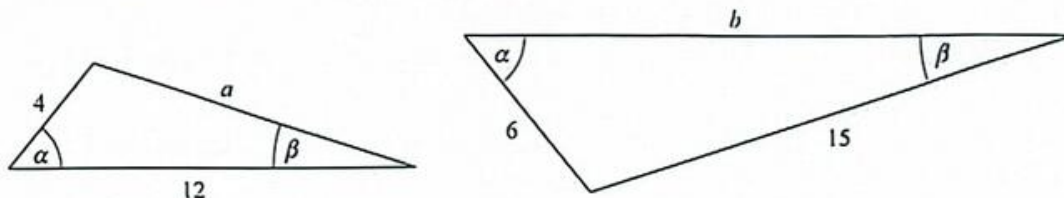
W trójkącie równoramiennym ABC spełnione są warunki: $|AC| = |BC|$, $|\angle CAB| = 50^\circ$. Odcinek BD jest dwusieczną kąta ABC , a odcinek BE jest wysokością opuszczoną z wierzchołka B na bok AC .

Miara kąta EBD jest równa

- A. 10° B. $12,5^\circ$
C. $13,5^\circ$ D. 15°

**Zadanie 14.40.** [matura, maj 2015, zadanie 16. (1 pkt)]

Przedstawione na rysunku trójkąty są podobne.

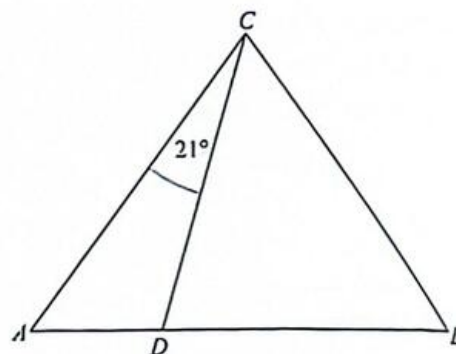


Wówczas

- A. $a = 13, b = 17$ B. $a = 10, b = 18$ C. $a = 9, b = 19$ D. $a = 11, b = 13$

Zadanie 14.41. [matura, czerwiec 2015, zadanie 16. (1 pkt)]

W trójkącie ABC , w którym $|AC| = |BC|$, na boku AB wybrano punkt D taki, że $|BD| = |CD|$ oraz $|\angle ACD| = 21^\circ$ (zobacz rysunek).



Wynika stąd, że kąt BCD ma miarę

- A. 57° B. 53°
C. 51° D. 55°

Zadanie 14.42. [matura, czerwiec 2015, zadanie 17. (1 pkt)]

Długości boków trójkąta są liczbami całkowitymi. Jeden bok ma 7 cm, a drugi ma 2 cm. Trzeci bok tego trójkąta może mieć długość

- A. 12 cm B. 9 cm C. 6 cm D. 3 cm

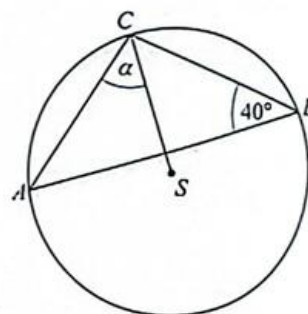
Zadanie 14.43. [matura, czerwiec 2015, zadanie 16. (1 pkt)]

Bok rombu ma taką samą długość jak przekątna kwadratu. Pole rombu jest równe polu kwadratu. Zatem kąt ostry tego rombu ma miarę

- A. 75° B. 45° C. 60° D. 30°

Zadanie 14.44. [matura, czerwiec 2015, zadanie 19. (1 pkt)]

W trójkącie ABC wpisanym w okrąg o środku w punkcie S , miara kąta ABC jest równa 40° (zobacz rysunek).



Miara α kąta, jaki bok AC tworzy z promieniem CS , jest równa

- A. $\alpha = 40^\circ$ B. $\alpha = 45^\circ$
C. $\alpha = 50^\circ$ D. $\alpha = 60^\circ$

Zadanie 14.45. [matura, czerwiec 2015, zadanie 32. (4 pkt)]

Dany jest romb o boku długości 35. Długości przekątnych tego rombu różnią się o 14. Oblicz pole tego rombu.

Zadanie 14.46. [matura, sierpień 2015, zadanie 17. (1 pkt)]

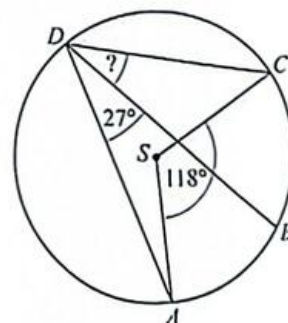
Obwody dwóch trójkątów podobnych, których pola pozostają w stosunku 1 : 4, mogą być równe

- A. 9 i 36 B. 18 i 36 C. 9 i 144 D. 18 i 144

Zadanie 14.47. [matura, maj 2016, zadanie 7. (1 pkt)]

Punkty $ABCD$ leżą na okręgu o środku S (zobacz rysunek). Miara kąta BDC jest równa

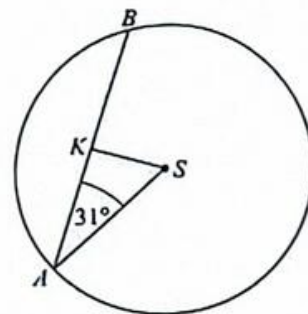
- A. 91° B. $72,5^\circ$
C. 18° D. 32°



Zadanie 14.48. [matura, maj 2016, zadanie 13. (1 pkt)]

W okręgu o środku w punkcie S poprowadzono cięciwę AB , która utworzyła z promieniem AS kąt o mierze 31° (zobacz rysunek). Promień tego okręgu ma długość 10. Odległość punktu S od cięciwy AB jest liczbą z przedziału

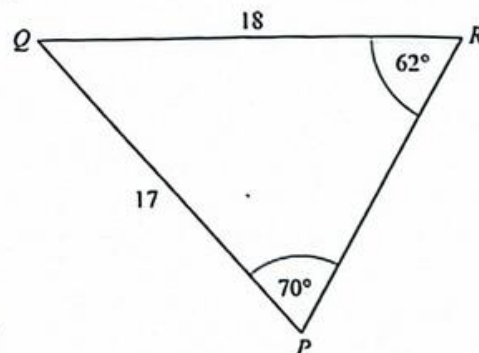
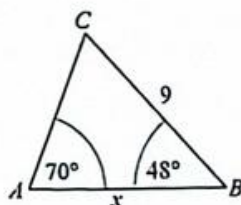
- A. $\left(\frac{9}{2}, \frac{11}{2}\right)$ B. $\left(\frac{11}{2}, \frac{13}{2}\right)$
 C. $\left(\frac{13}{2}, \frac{19}{2}\right)$ D. $\left(\frac{19}{2}, \frac{37}{2}\right)$

**Zadanie 14.49.** [matura, maj 2016, zadanie 16. (1 pkt)]

Przedstawione na rysunku trójkąty ABC i PQR są podobne.

Bok AB trójkąta ABC ma długość

- A. 8 B. 8,5
 C. 9,5 D. 10

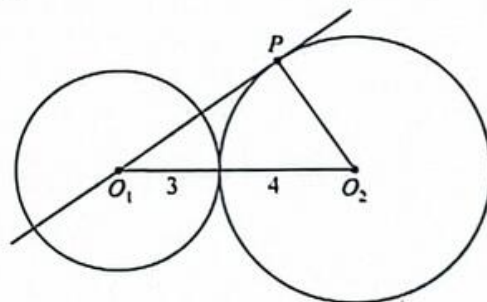
**Zadanie 14.50.** [matura, maj 2016, zadanie 18. (1 pkt)]

Z odcinków o długościach: 5, $2a+1$, $a-1$ można zbudować trójkąt równoramienny. Wynika stąd, że

- A. $a = 6$ B. $a = 4$ C. $a = 3$ D. $a = 2$

Zadanie 14.51. [matura, maj 2016, zadanie 19. (1 pkt)]

Okręgi o promieniach 3 i 4 są styczne zewnętrznie. Prosta styczna do okręgu o promieniu 4 w punkcie P przechodzi przez środek okręgu o promieniu 3 (zobacz rysunek).



Pole trójkąta, którego wierzchołkami są środki okręgów i punkt styczności P , jest równe

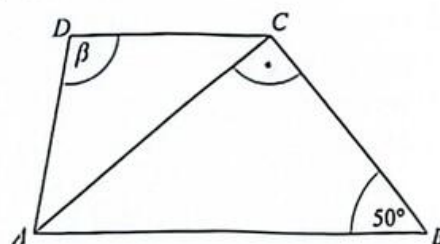
- A. 14 B. $2\sqrt{33}$ C. $4\sqrt{33}$ D. 12

Zadanie 14.52. [matura, maj 2016, zadanie 32. (4 pkt)]

Jeden z kątów trójkąta jest trzy razy większy od mniejszego z dwóch pozostałych kątów, które różnią się o 50° . Oblicz kąt tego trójkąta.

Zadanie 14.53. [matura, czerwiec 2016, zadanie 13. (1 pkt)]

Dany jest trapez $ABCD$, w którym przekątna AC jest prostopadła do ramienia BC , $|AD| = |DC|$ oraz $|\angle ABC| = 50^\circ$ (zobacz rysunek).



Stąd wynika, że

A. $\beta = 100^\circ$

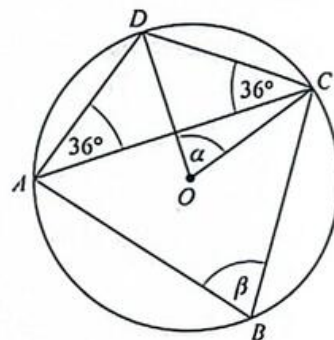
B. $\beta = 120^\circ$

C. $\beta = 110^\circ$

D. $\beta = 130^\circ$

Zadanie 14.54. [matura, czerwiec 2016, zadanie 14. (1 pkt)]

Punkty A , B , C i D leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek).



Miary zaznaczonych kątów α i β są odpowiednio równe

A. $\alpha = 36^\circ$, $\beta = 72^\circ$

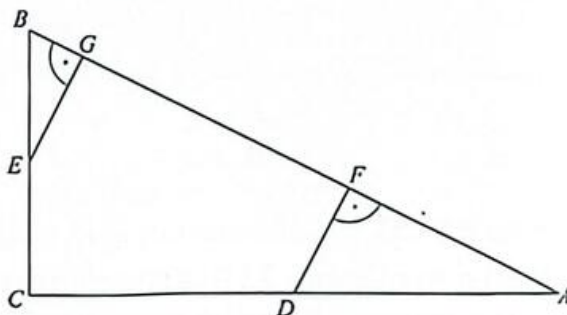
B. $\alpha = 54^\circ$, $\beta = 72^\circ$

C. $\alpha = 36^\circ$, $\beta = 108^\circ$

D. $\alpha = 72^\circ$, $\beta = 72^\circ$

Zadanie 14.55. [matura, czerwiec 2016, zadanie 25. (1 pkt)]

Punkty D i E są środkami przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC . Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta BGE jest równe 1, a pole trójkąta AFD jest równe 4. Zatem pole trójkąta ABC jest równe



A. 12

B. 16

C. 18

D. 20

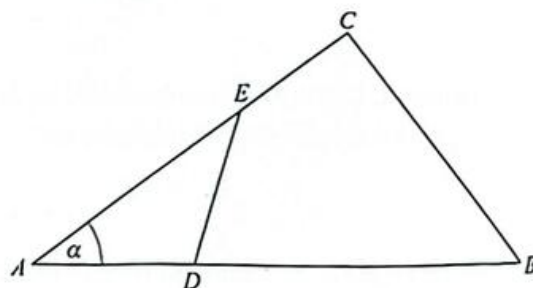
Zadanie 14.56. [matura, czerwiec 2016, zadanie 30. (4 pkt)]

W trójkącie ABC dane są długości boków

$$|AB| = 15 \text{ i } |AC| = 12 \text{ oraz } \cos \alpha = \frac{4}{5}, \text{ gdzie}$$

$\alpha = |\angle BAC|$. Na bokach AB i AC tego trójkąta

obrano punkty odpowiednio D i E takie, że $|BD| = 2|AD|$ i $|AE| = 2|CE|$ (zobacz rysunek).



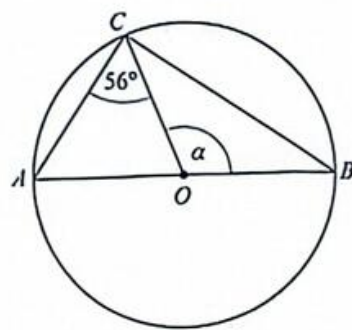
Oblicz pole

a) trójkąta ADE .

b) czworokąta $BCED$.

Zadanie 14.57. [matura, maj 2017, zadanie 15. (1 pkt)]

Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu.

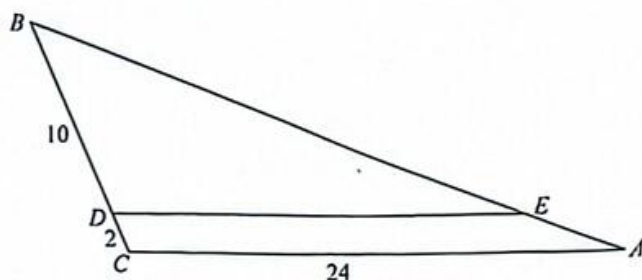


Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę

- A. 116° B. 114°
C. 112° D. 110°

Zadanie 14.58. [matura, maj 2017, zadanie 16. (1 pkt)]

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC , a punkt E leży na boku AB . Odcinek DE jest równoległy do boku AC , a ponadto $|BD| = 10$, $|BC| = 12$ i $|AC| = 24$ (zobacz rysunek).



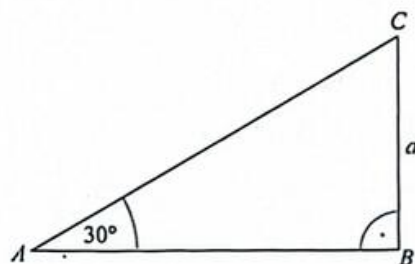
Długość odcinka DE jest równa

- A. 22 B. 20 C. 12 D. 11

Zadanie 14.59. [matura, maj 2017, zadanie 17. (1 pkt)]

Obwód trójkąta ABC , przedstawionego na rysunku, jest równy

- A. $\left(3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$ B. $\left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$
C. $(3 + \sqrt{3})a$ D. $(2 + \sqrt{2})a$

**Zadanie 14.60.** [matura, maj 2017, zadanie 30. (2 pkt)]

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26 cm, a jedna z przyprostokątnych jest o 14 cm dłuższa od drugiej. Oblicz obwód tego trójkąta.

Zadanie 14.61. [matura, czerwiec 2017, zadanie 20. (1 pkt)]

Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta $A'B'C'$ w skali $\frac{5}{2}$, przy czym $|AB| = \frac{5}{2}|A'B'|$. Stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta $A'B'C'$ jest równy

- A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{25}{4}$

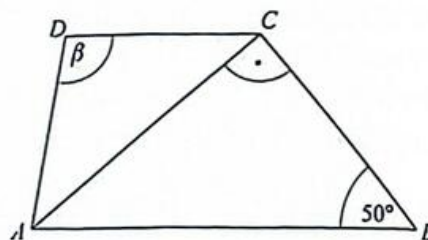
Zadanie 14.62. [matura, czerwiec 2017, zadanie 21. (1 pkt)]

Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym jest równe $\frac{1}{3}\pi^3$. Długość boku tego trójkąta jest równa

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. π C. $\sqrt{3}\pi$ D. 3π

Zadanie 14.53. [matura, czerwiec 2016, zadanie 13. (1 pkt)]

Dany jest trapez $ABCD$, w którym przekątna AC jest prostopadła do ramienia BC , $|AD| = |DC|$ oraz $|\angle ABC| = 50^\circ$ (zobacz rysunek).

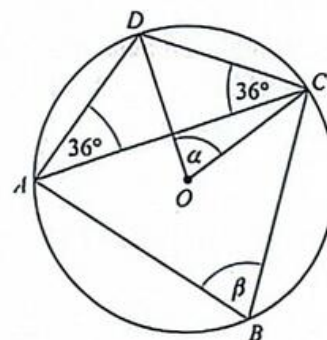


Stąd wynika, że

- A. $\beta = 100^\circ$ B. $\beta = 120^\circ$ C. $\beta = 110^\circ$ D. $\beta = 130^\circ$

Zadanie 14.54. [matura, czerwiec 2016, zadanie 14. (1 pkt)]

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku O (zobacz rysunek).

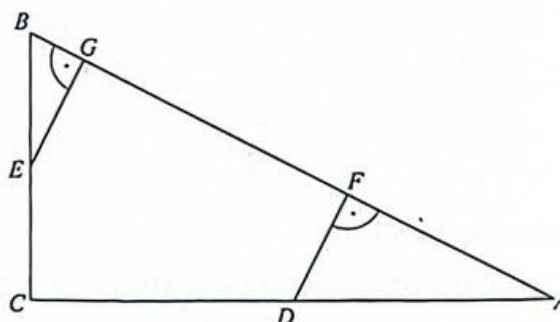


Miary zaznaczonych kątów α i β są odpowiednio równe

- A. $\alpha = 36^\circ$, $\beta = 72^\circ$ B. $\alpha = 54^\circ$, $\beta = 72^\circ$
C. $\alpha = 36^\circ$, $\beta = 108^\circ$ D. $\alpha = 72^\circ$, $\beta = 72^\circ$

Zadanie 14.55. [matura, czerwiec 2016, zadanie 25. (1 pkt)]

Punkty D i E są środkami przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC . Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta BGE jest równe 1, a pole trójkąta AFD jest równe 4. Zatem pole trójkąta ABC jest równe

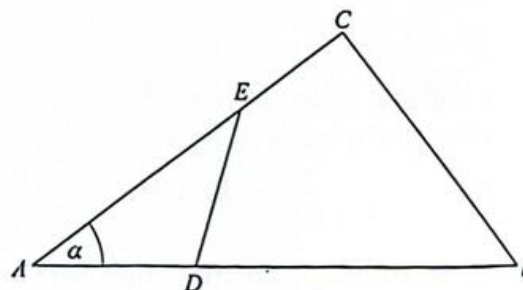


- A. 12 B. 16
C. 18 D. 20

Zadanie 14.56. [matura, czerwiec 2016, zadanie 30. (4 pkt)]

W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB| = 15$ i $|AC| = 12$ oraz $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, gdzie

$\alpha = |\angle BAC|$. Na bokach AB i AC tego trójkąta obrano punkty odpowiednio D i E takie, że $|BD| = 2|AD|$ i $|AE| = 2|CE|$ (zobacz rysunek).

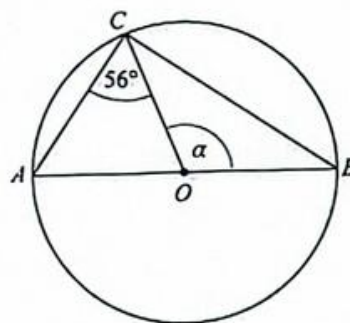


Oblicz pole

- a) trójkąta ADE .
b) czworokąta $BCED$.

Zadanie 14.57. [matura, maj 2017, zadanie 15. (1 pkt)]

Na okręgu o środku w punkcie O leży punkt C (zobacz rysunek). Odcinek AB jest średnicą tego okręgu.

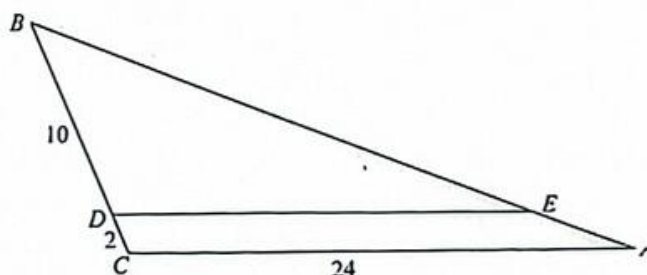


Zaznaczony na rysunku kąt środkowy α ma miarę

- A. 116° B. 114°
C. 112° D. 110°

Zadanie 14.58. [matura, maj 2017, zadanie 16. (1 pkt)]

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC , a punkt E leży na boku AB . Odcinek DE jest równoległy do boku AC , a ponadto $|BD| = 10$, $|BC| = 12$ i $|AC| = 24$ (zobacz rysunek).



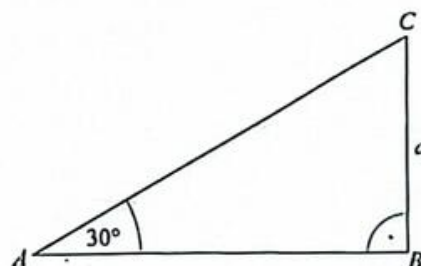
Długość odcinka DE jest równa

- A. 22 B. 20 C. 12 D. 11

Zadanie 14.59. [matura, maj 2017, zadanie 17. (1 pkt)]

Obwód trójkąta ABC , przedstawionego na rysunku, jest równy

- A. $\left(3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$ B. $\left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$
C. $(3 + \sqrt{3})a$ D. $(2 + \sqrt{2})a$

**Zadanie 14.60.** [matura, maj 2017, zadanie 30. (2 pkt)]

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26 cm, a jedna z przyprostokątnych jest o 14 cm dłuższa od drugiej. Oblicz obwód tego trójkąta.

Zadanie 14.61. [matura, czerwiec 2017, zadanie 20. (1 pkt)]

Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta $A'B'C'$ w skali $\frac{5}{2}$, przy czym $|AB| = \frac{5}{2}|A'B'|$. Stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta $A'B'C'$ jest równy

- A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{25}{4}$

Zadanie 14.62. [matura, czerwiec 2017, zadanie 21. (1 pkt)]

Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym jest równe $\frac{1}{3}\pi^3$. Długość boku tego trójkąta jest równa

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. π C. $\sqrt{3}\pi$ D. 3π

Zadanie 14.63. [matura, czerwiec 2017, zadanie 32. (4 pkt)]

Ramię trapezu równoramiennego $ABCD$ ma długość $\sqrt{26}$. Przekątne w tym trapezie są prostopadłe, a punkt ich przecięcia dzieli je w stosunku $2 : 3$. Oblicz pole tego trapezu.

Zadanie 14.64. [matura, maj 2018, zadanie 15. (1 pkt)]

Dany jest trójkąt o bokach długości: $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$, $4\sqrt{5}$. Trójkątem podobnym do tego trójkąta jest trójkąt, którego boki mają długości

A. 10, 15, 20

B. 20, 45, 80

C. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$

D. $\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$

Zadanie 14.65. [matura, maj 2018, zadanie 17. (1 pkt)]

Dany jest trapez prostokątny $KLMN$, którego podstawy mają długości $|KL| = a$, $|MN| = b$, $a > b$.

Kąt KLM ma miarę 60° .

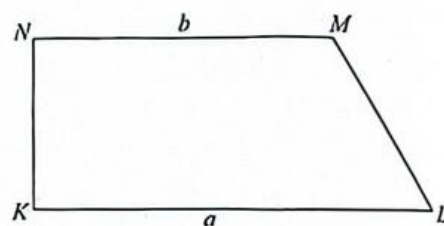
Długość ramienia LM tego trapezu jest równa

A. $a - b$

B. $2(a - b)$

C. $a + \frac{1}{2}b$

D. $\frac{a + b}{2}$

**Zadanie 14.66.** [matura, czerwiec 2018, zadanie 16. (1 pkt)]

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku O i promieniu r .

Na tym okręgu wybrano punkt C , taki, że $|OB| = |BC|$

(zobacz rysunek).

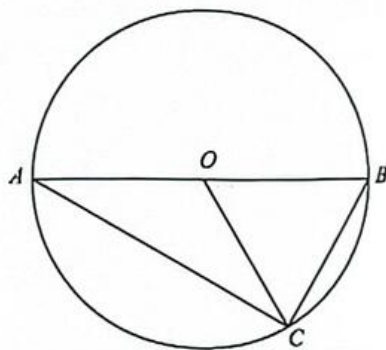
Pole trójkąta AOC jest równe

A. $\frac{1}{2}r^2$

B. $\frac{1}{4}r^2$

C. $\frac{\pi}{4}r^2$

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$

**Zadanie 14.67.** [matura, czerwiec 2018, zadanie 19. (1 pkt)]

Miary kątów pewnego czworokąta pozostają w stosunku $2 : 3 : 3 : 4$. Wynika stąd, że najmniejszy kąt tego czworokąta ma miarę

A. 60°

B. 50°

C. 40°

D. 30°

Zadanie 14.68. [matura, sierpień 2018, zadanie 34. (4 pkt)]

W trójkącie prostokątnym ACB przyprostokątna AC ma długość 5, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 2. Oblicz pole trójkąta ACB .

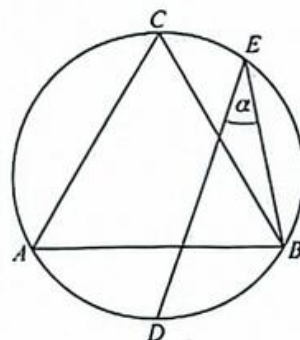
Zadanie 14.69. [matura, maj 2019, zadanie 14. (1 pkt)]

Punkty D i E leżą na okręgu opisanym na trójkącie równobocznym ABC (zobacz rysunek).

Odcinek CD jest średnicą tego okręgu. Kąt wpisany DEB ma miarę α .

Zatem

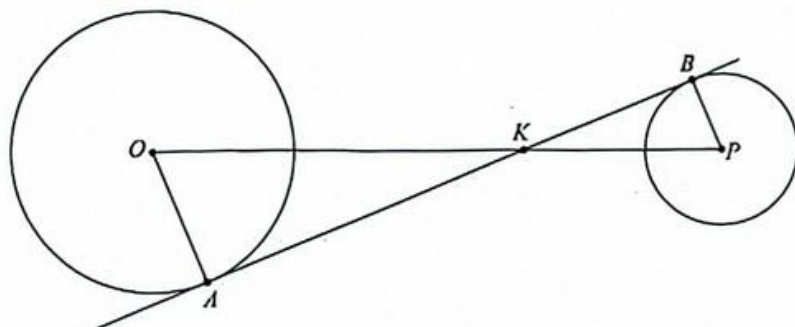
- A. $\alpha = 30^\circ$ B. $\alpha < 30^\circ$
C. $\alpha > 45^\circ$ D. $\alpha = 45^\circ$

**Zadanie 14.70.** [matura, maj 2019, zadanie 15. (1 pkt)]

Dane są dwa okręgi: okrąg o środku w punkcie O i promieniu 5 oraz okrąg o środku w punkcie P i promieniu 3. Odcinek OP ma długość 16. Prosta AB jest styczna do tych okręgów w punktach A i B . Ponadto prosta AB przecina odcinek OP w punkcie K (zobacz rysunek).

Wtedy

- A. $|OK| = 6$ B. $|OK| = 8$ C. $|OK| = 10$ D. $|OK| = 12$

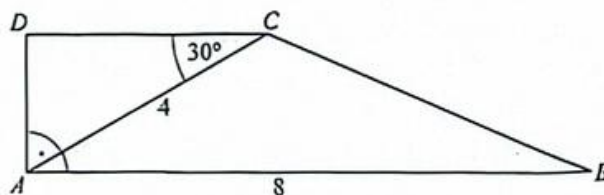
**Zadanie 14.71.** [matura, maj 2019, zadanie 16. (1 pkt)]

Dany jest romb o boku długości 4 i kącie rozwartym 150° . Pole tego rombu jest równe

- A. 8 B. 12 C. $8\sqrt{3}$ D. 16

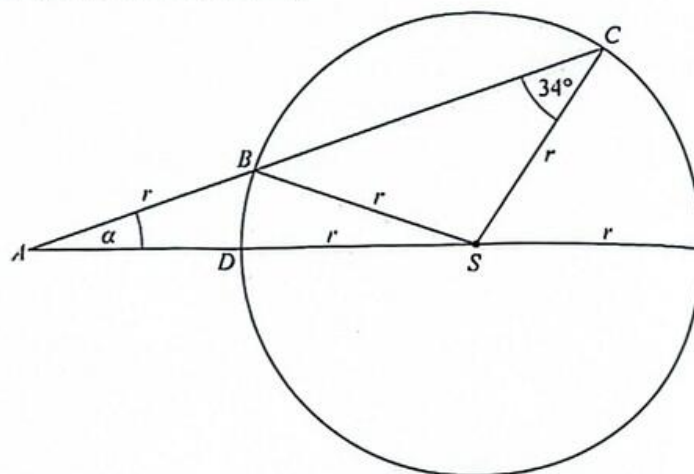
Zadanie 14.72. [matura, maj 2019, zadanie 31. (2 pkt)]

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.



Zadanie 14.73. [matura, czerwiec 2019, zadanie 14. (1 pkt)]

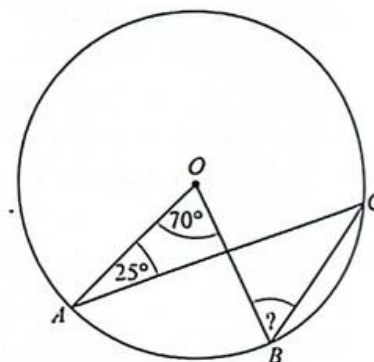
Punkty B , C i D leżą na okręgu o środku S i promieniu r . Punkt A jest punktem wspólnym prostych BC i SD , a odcinki AB i SC są równej długości. Miara kąta BCS jest równa 34° (zobacz rysunek). Wtedy



- A. $\alpha = 12^\circ$
- B. $\alpha = 17^\circ$
- C. $\alpha = 22^\circ$
- D. $\alpha = 34^\circ$

Zadanie 14.74. [matura, czerwiec 2019, zadanie 16. (1 pkt)]

Na okręgu o środku w punkcie O wybrano trzy punkty A , B , C tak, że $\angle AOB = 70^\circ$, $\angle OAC = 25^\circ$. Cięciwa AC przecina promień OB (zobacz rysunek). Wtedy miara $\angle OBC$ jest równa



- | | |
|------------------------|------------------------|
| A. $\alpha = 25^\circ$ | B. $\alpha = 60^\circ$ |
| C. $\alpha = 70^\circ$ | D. $\alpha = 85^\circ$ |

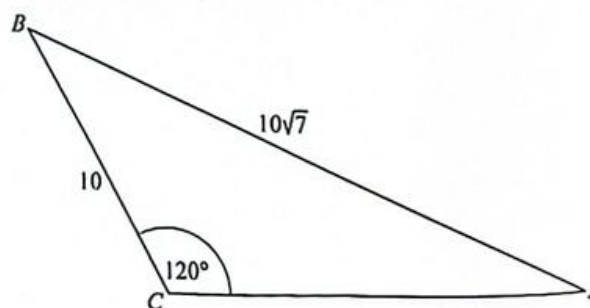
Zadanie 14.75. [matura, czerwiec 2019, zadanie 20. (1 pkt)]

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Kąt między ramionami tego trójkąta ma miarę 44° . Dwusieczna kąta poprowadzona z wierzchołka A przecina bok BC tego trójkąta w punkcie D . Kąt ADC ma miarę

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|----------------|
| A. 78° | B. 34° | C. 68° | D. 102° |
|---------------|---------------|---------------|----------------|

Zadanie 14.76. [matura, czerwiec 2019, zadanie 34. (4 pkt)]

Dany jest trójkąt rozwartokątny ABC , w którym $\angle ACB$ ma miarę 120° . Ponadto wiadomo, że $|BC| = 10$ i $|AB| = 10\sqrt{7}$ (zobacz rysunek). Oblicz długość trzeciego boku trójkąta ABC .

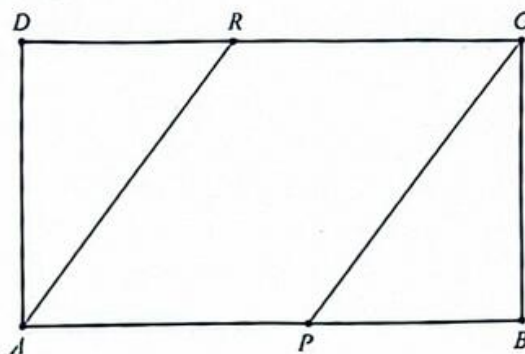


Zadanie 14.77. [matura, maj 2020, zadanie 22. (1 pkt)]

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90. Na bokach AB i CD wybrano – odpowiednio – punkty P i R , takie, że $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|CR|}{|RD|} = \frac{3}{2}$ (zobacz rysunek).

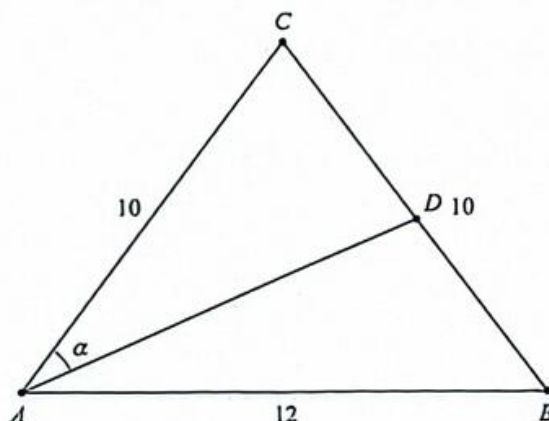
Pole czworokąta $APCR$ jest równe

- A. 36 B. 40
C. 54 D. 60

**Zadanie 14.78.** [matura, wrzesień 2020, zadanie 32. (4 pkt)]

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym podstawa AB ma długość 12, a każde z ramion AC i BC ma długość równą 10. Punkt D jest środkiem ramienia BC (zobacz rysunek).

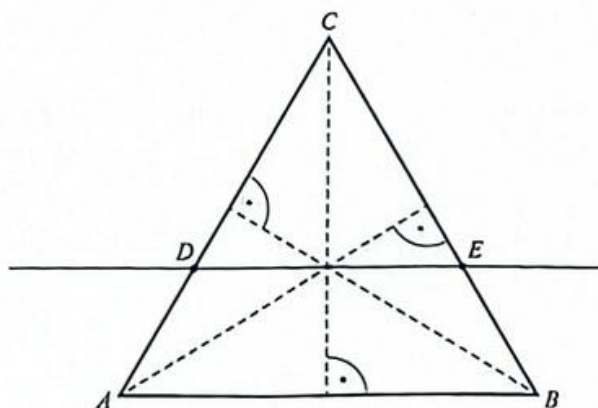
Oblicz sinus kąta α , jaki środkowa AD tworzy z ramieniem AC trójkąta ABC .

**Zadanie 14.79.** [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 17. (1 pkt)]

Przez punkt przecięcia wysokości trójkąta równobocznego ABC poprowadzono prostą DE równoległą do podstawy AB (zobacz rysunek).

Stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta CDE jest równy

- A. 9 : 4 B. 4 : 1
C. 4 : 9 D. 3 : 2

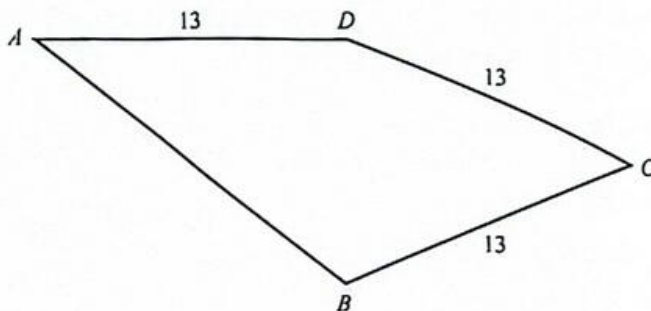
**Zadanie 14.80.** [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 23. (1 pkt)]

W trapezie równoramiennym $ABCD$ podstawy AB i CD mają długości równe odpowiednio a i b (przy czym $a > b$). Miara kąta ostrego trapezu jest równa 30° . Wtedy wysokość tego trapezu jest równa

- A. $\frac{a-b}{2} \cdot \sqrt{3}$ B. $\frac{a-b}{6} \cdot \sqrt{3}$ C. $\frac{a+b}{2}$ D. $\frac{a+b}{4}$

Zadanie 14.81. [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 33. (2 pkt)]

Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|BC| = |CD| = |AD| = 13$ (zobacz rysunek). Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10 i jest prostopadła do boku AD . Oblicz pole czworokąta $ABCD$.

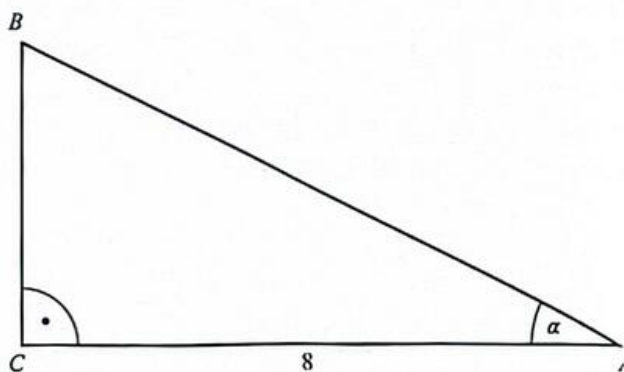
**Zadanie 14.82.** [matura, maj 2021, zadanie 18. (1 pkt)]

Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 8 oraz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{5}$

(zobacz rysunek).

Pole tego trójkąta jest równe

- A. 12 B. $\frac{37}{3}$
C. $\frac{62}{5}$ D. $\frac{64}{5}$

**Zadanie 14.83.** [matura, maj 2021, zadanie 19. (1 pkt)]

Pole pewnego trójkąta równobocznego jest równe $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. Obwód tego trójkąta jest równy

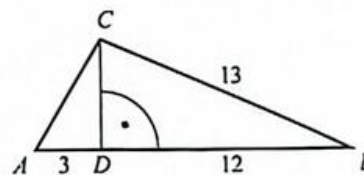
- A. 4 B. 2 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Zadanie 14.84. [matura, maj 2021, zadanie 20. (1 pkt)]

W trójkącie ABC bok BC ma długość 13, a wysokość CD tego trójkąta dzieli bok AB na odcinki o długościach $|AD| = 3$ i $|BD| = 12$ (zobacz rysunek obok).

Długość boku AC jest równa

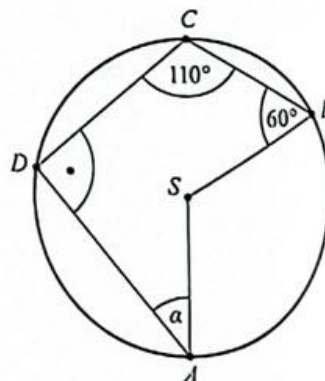
- A. $\sqrt{34}$ B. $\frac{13}{4}$ C. $2\sqrt{14}$ D. $3\sqrt{45}$

**Zadanie 14.85.** [matura, maj 2021, zadanie 21. (1 pkt)]

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku S . Miary kątów SBC, BCD, CDA są równe odpowiednio: $|\angle SBC| = 60^\circ$, $|\angle BCD| = 110^\circ$, $|\angle CDA| = 90^\circ$ (zobacz rysunek).

Wynika stąd, że miara α kąta DAS jest równa

- A. 25° B. 30°
C. 35° D. 40°

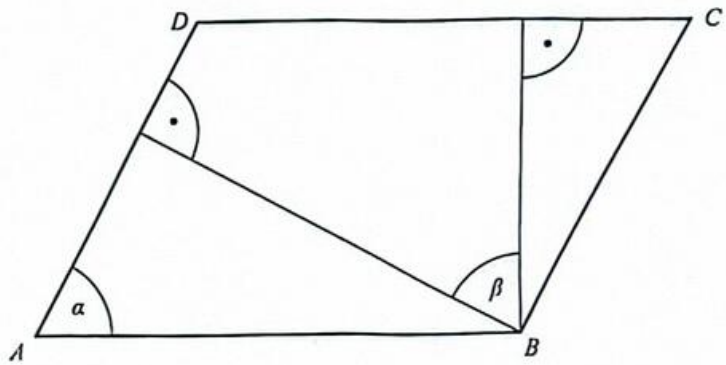


Zadanie 14.86. [matura, maj 2021, zadanie 22. (1 pkt)]

W równoległoboku $ABCD$, przedstawionym na rysunku, kąt α ma miarę 70° .

Wtedy kąt β ma miarę

- A. 80° B. 70°
C. 60° D. 50°

**Zadanie 14.87.** [matura, maj 2021, zadanie 23. (1 pkt)]

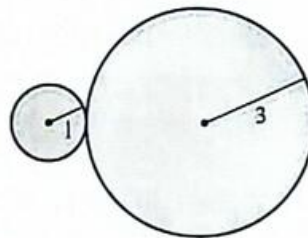
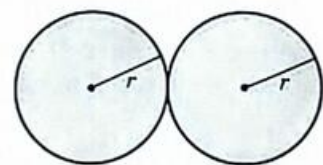
W każdym n -kącie wypukłym ($n \geq 3$) liczba przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$. Wielokątem

wypukłym, w którym liczba przekątnych jest o 25 większa od liczby boków, jest

- A. siedmiokąt. B. dziesięciokąt. C. dwunastokąt. D. piętnastokąt

Zadanie 14.88. [matura, maj 2021, zadanie 24. (1 pkt)]

Pole figury F_1 złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach 1 i 3 jest równe polu figury F_2 złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach długości r (zobacz rysunek).

Figura F_1 Figura F_2 

Długość r promienia jest równa

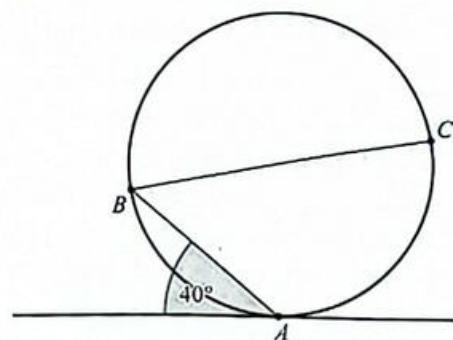
- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 3

Zadanie 14.89. [matura, czerwiec 2021, zadanie 17. (1 pkt)]

Dane są okrąg i prosta styczna do tego okręgu w punkcie A . Punkty B i C są położone na okręgu tak, że BC jest jego średnicą. Cięciwa AB tworzy ze styczną kąt o mierze 40° (zobacz rysunek).

Miara kąta ABC jest równa

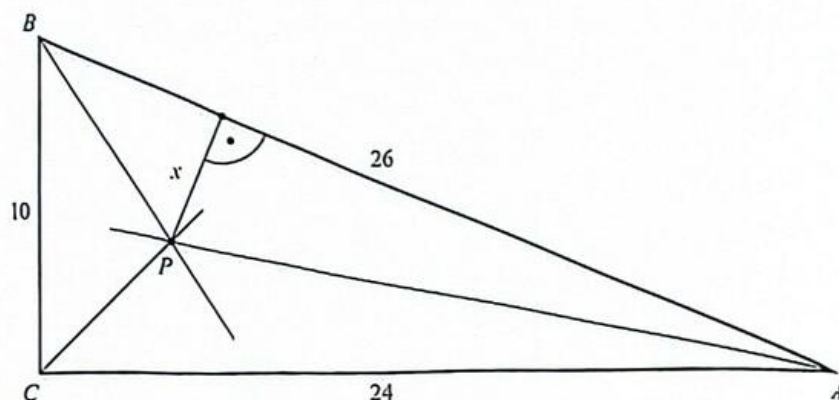
- A. 20° B. 40°
C. 45° D. 50°



Zadanie 14.90. [matura, czerwiec 2021, zadanie 18. (1 pkt)]

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o bokach $|AC| = 24$, $|BC| = 10$, $|AB| = 26$. Dwie przeciętne kąty tego trójkąta przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek obok).

Odległość x punktu P od przeciwprostokątnej AB jest równa



A. 2

B. 4

C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{13}{3}$ **Zadanie 14.91.** [matura, czerwiec 2021, zadanie 19. (1 pkt)]

Jeden z boków równoległoboku ma długość równą 5. Przekątne tego równoległoboku mogą mieć długości

A. 4 i 6

B. 4 i 3

C. 10 i 10

D. 5 i 5

Zadanie 14.92. [matura, czerwiec 2021, zadanie 32. (2 pkt)]

Dany jest trapez o podstawach długości a oraz b i wysokości h . Każdą z podstaw tego trapezu wydłużono o 25%, a wysokość skrócono tak, że powstał nowy trapez o takim samym polu. Oblicz, o ile procent skrócono wysokość h trapezu.

Zadanie 14.93. [matura, czerwiec 2021, zadanie 33. (2 pkt)]

W trójkącie ABC boki BC i AC są równej długości. Prosta k jest prostopadła do podstawy AB tego trójkąta i przecina boki AB oraz BC w punktach – odpowiednio – D i E . Pole czworokąta $ABCD$ jest 17 razy większe od pola trójkąta BED . Oblicz $\frac{|CE|}{|EB|}$.

Zadanie 14.94. [matura, sierpień 2021, zadanie 20. (1 pkt)]

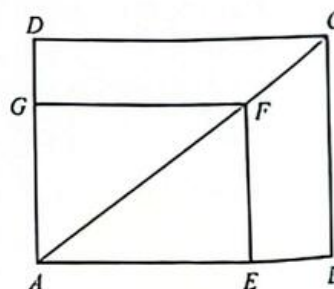
Przekątna AC prostokąta $ABCD$ ma długość 70. Na boku AB obrano punkt E , na przekątnej AC obrano punkt F , a na boku AD obrano punkt G – tak, że czworokąt $AEFG$ jest prostokątem (zobacz rysunek). Ponadto $|EF| = 30$ i $|GF| = 40$. Obwód prostokąta $ABCD$ jest równy

A. 158

B. 196

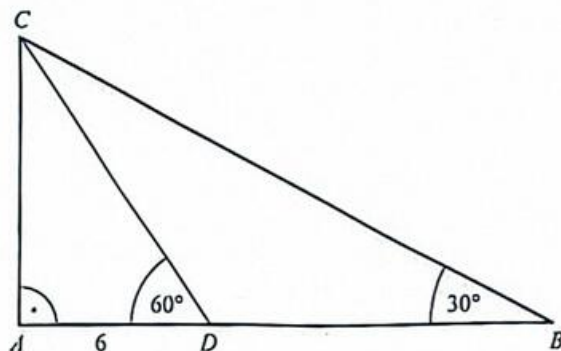
C. 336

D. 490



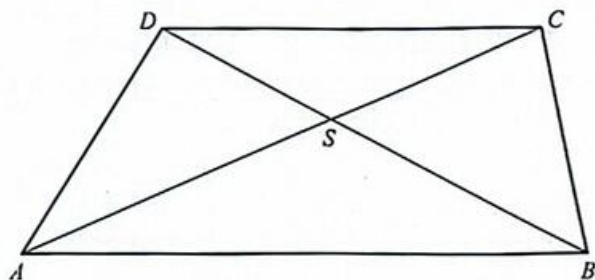
Zadanie 14.95. [matura, sierpień 2021, zadanie 32. (2 pkt)]

W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A jest prosty, a kąt przy wierzchołku B ma miarę 30° . Na boku AB tego trójkąta obrano punkt D tak, że miara kąta CDA jest równa 60° oraz $|AD| = 6$ (zobacz rysunek). Oblicz $|BD|$.

**Zadanie 14.96.** [matura, sierpień 2021, zadanie 33. (2 pkt)]

Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD . Przekątne AC i BD tego trapezu przecinają się w punkcie S (zobacz rysunek) tak, że $\frac{|AS|}{|SC|} = \frac{3}{2}$. Pole trójkąta ABS

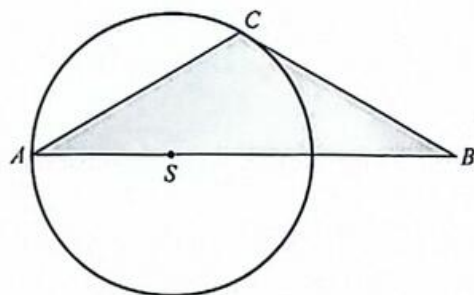
jest równe 12. Oblicz pole trójkąta CDS .

**Zadanie 14.97.** [informator maturalny CKE 2021, zadanie 30. (2 pkt)]

W trójkącie ABC dane są długości dwóch boków $|AB| = 12$, $|BC| = 8$ oraz miara kąta $|\angle ABC| = 60^\circ$. Oblicz długość środkowej tego trójkąta, poprowadzonej z wierzchołka A .

Zadanie 14.98. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 31. (4 pkt)]

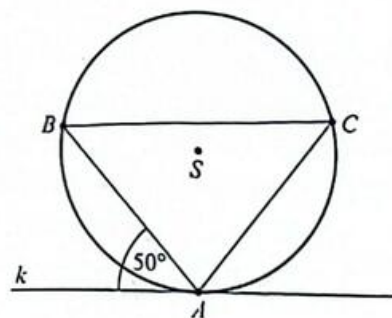
Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r . Środek S tego okręgu leży na boku AB tego trójkąta (zobacz rysunek poniżej). Długości boków AB i AC są równe odpowiednio $|BC| = 3r$ oraz $|AC| = \sqrt{3}r$.



Oblicz miary wszystkich kątów trójkąta ABC .

Zadanie 14.99. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 32. (1 pkt)]

Dane są okrąg o środku S oraz prosta k styczna do okręgu w punkcie A . Odcinek AB jest cięciwą tego okręgu. Miara kąta ostrego pomiędzy prostą k a cięciwą AB jest równa 50° . Punkt C leży na okręgu. Kąt BCA jest ostry. Sytuację przedstawia rysunek poniżej.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta BCA jest równa

A. 100°

B. 80°

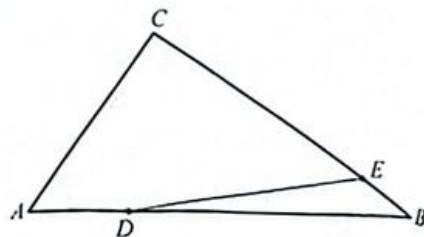
C. 50°

D. 40°

Zadanie 11.100. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 34. (3 pkt)]

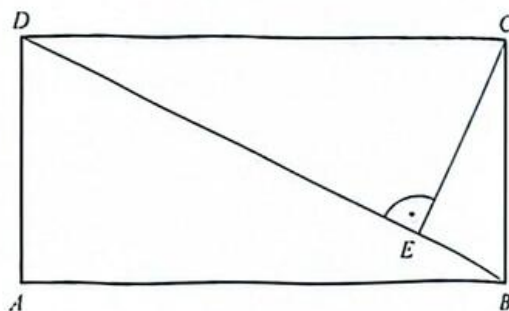
Dany jest trójkąt ABC . Na boku AB tego trójkąta wybrano punkt D , taki, że $|AD| = \frac{1}{4}|AB|$, a na boku BC

wybrano taki punkt E , że $|BE| = \frac{1}{5}|BC|$ (zobacz rysunek poniżej). Pole trójkąta ABC jest równe 20. Oblicz pole trójkąta DBE .

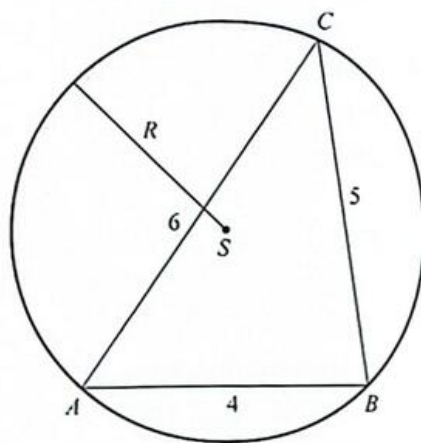
**Zadanie 14.101.** [informator maturalny CKE 2021, zadanie 36. (3 pkt)]

Dany jest prostokąt $ABCD$, w którym $|AD| = 2$. Kąt BDA ma miarę α , taką, że $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Przekątna BD i prosta przechodząca przez wierzchołek C prostopadła do BD przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).

Oblicz długość odcinka $|CE|$.

**Zadanie 14.102.** [informator maturalny CKE 2021, zadanie 38. (3 pkt)]

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości: $|AB| = 4$, $|BC| = 5$, $|AC| = 6$. Na tym trójkącie opisano okrąg o środku w punkcie S i promieniu R .



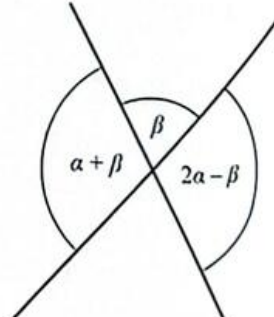
Oblicz promień R okręgu opisanego na trójkącie ABC .

Zadanie 14.103. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 5. (2 pkt)]

Dane są dwie przecinające się proste. Miary kątów utworzonych przez te proste zapisano za pomocą wyrażeń algebraicznych (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie poniższego zdania było prawdziwe.

Układem równań, w którym zapisano prawidłowe zależności między miarami kątów utworzonych przez te proste, jest układ



A.
$$\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 90^\circ \\ \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ \\ \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} (\alpha + \beta) + \beta = 180^\circ \\ \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} \alpha + \beta = 90^\circ \\ \beta = 2\alpha - \beta \end{cases}$$

E.
$$\begin{cases} \alpha + \beta = 2\alpha - \beta \\ 180^\circ - (2\alpha - \beta) = \beta \end{cases}$$

F.
$$\begin{cases} 3\alpha + 2\beta = 360^\circ \\ 2\alpha - \beta = 2\beta \end{cases}$$

Zadanie 14.104. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 16. (1 pkt)]

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AB| = 6$, $|BC| = 5$, $|AC| = 10$.

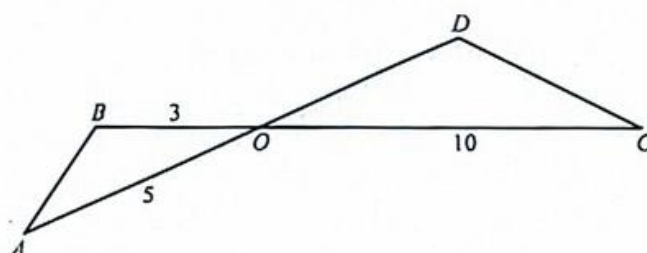
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Cosinus kąta ABC jest równy $(-0,65)$.	P	F
Trójkąt ABC jest rozwartokątny.	P	F

Zadanie 14.105. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 18. (1 pkt)]

Odcinki AD i BC przecinają się w punkcie O . W trójkątach ABO i ODC zachodzą związki: $|AO| = 5$, $|BO| = 3$, $|OC| = 10$, $|\angle OAB| = |\angle OCD|$ (zobacz rysunek).

Oblicz długość boku OD trójkąta ODC .
Zapisz obliczenia.

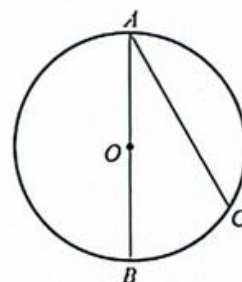
**Zadanie 14.106.** [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 21. (1 pkt)]

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku w punkcie O i promieniu $r = 8$ (zobacz rysunek). Cięciwa AC ma długość $8\sqrt{3}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta BAC jest równa

- A. 30° B. 45°
C. 15° D. 60°

**Zadanie 14.107.** [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 23. (1 pkt)]

Dane są dwa trójkąty podobne ABC i KLM o polach równych – odpowiednio – P oraz $2P$. Obwód trójkąta ABC jest równy x .

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Obwód trójkąta KLM jest równy

A.	$\sqrt{2} \cdot x$,	ponieważ stosunek obwodów trójkątów podobnych jest równy	1.	kwadratowi stosunku pól tych trójkątów.
			2.	pierwiastkowi kwadratowemu ze stosunku pól tych trójkątów.
B.	$2x$,		3.	stosunkowi pól tych trójkątów.

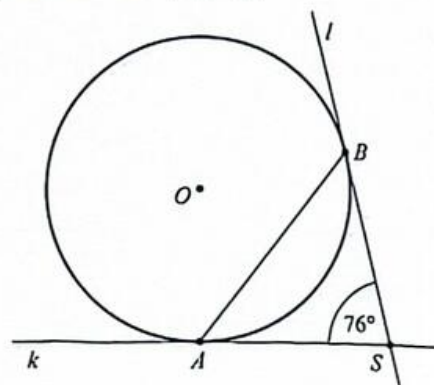
Zadanie 14.108. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 24. (1 pkt)]

Punkty A oraz B leżą na okręgu o środku O . Proste k i l są styczne do tego okręgu w punktach – odpowiednio – A i B . Te proste przecinają się w punkcie S i tworzą kąt o mierze 76° (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta OBA jest równa

- A. 52° B. 26°
C. 14° D. 38°

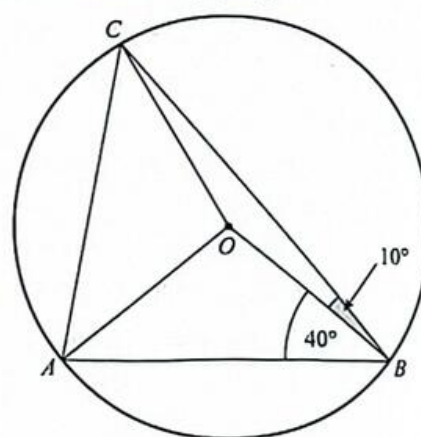
**Zadanie 14.109.** [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 20. (1 pkt)]

Punkty A , B oraz C leżą na okręgu o środku O . Kąt ABO ma miarę 40° , a kąt OBC ma miarę 10° (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ACO jest równa

- A. 30° B. 40°
C. 50° D. 60°

**Zadanie 14.110.** [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 21. (2 pkt)]

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 6, 7 oraz 8.

Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

Zapisz obliczenia.

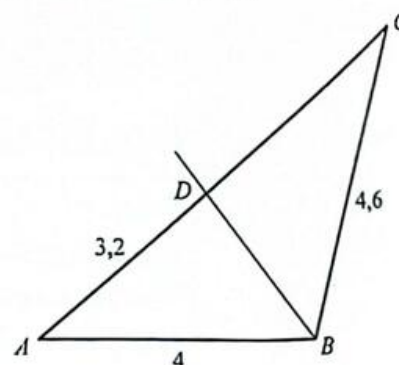
Zadanie 14.111. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 22. (1 pkt)]

W trójkącie ABC bok AB ma długość 4, a bok BC ma długość 4,6. Dwusieczna kąta ABC przecina bok ACB w punkcie D takim, że $|AD| = 3,2$ (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odcinek CD ma długość

- A. $\frac{64}{23}$ B. $\frac{16}{5}$
C. $\frac{23}{4}$ D. $\frac{92}{25}$



Zadanie 14.112. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 19. (1 pkt)]

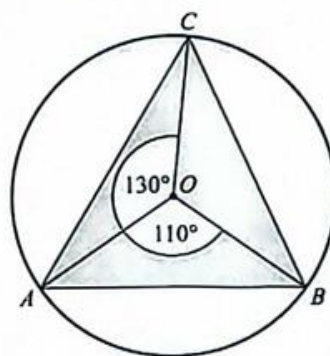
Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O (zobacz rysunek).

Ponadto $|\angle AOC| = 130^\circ$ oraz $|\angle BOA| = 110^\circ$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta wewnętrznego BAC trójkąta ABC jest równa

- A. 60° B. 55°
C. 50° D. 65°

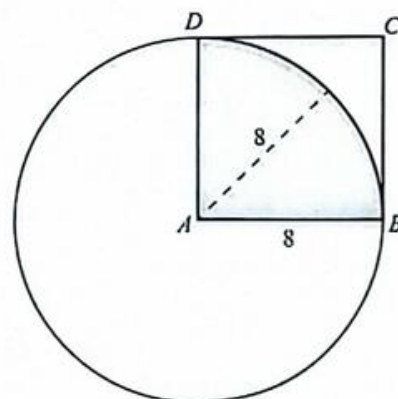
**Zadanie 14.113.** [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 21. (1 pkt)]

Dany jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 8. Z wierzchołka A zakreślono koło o promieniu równym długości boku kwadratu (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni części wspólnej koła i kwadratu jest równe

- A. 16π B. 8π
C. $4\sqrt{2}\pi$ D. $16\sqrt{2}\pi$

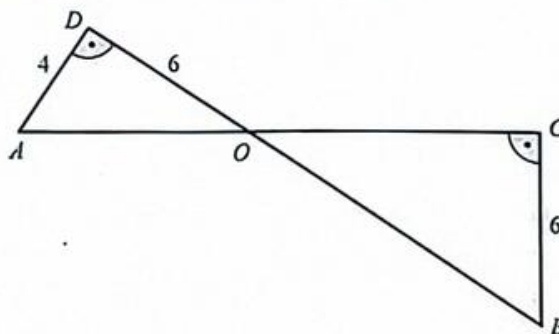
**Zadanie 14.114.** [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 22. (1 pkt)]

Odcinki AC i BD przecinają się w punkcie O . Ponadto $|AD| = 4$ i $|OD| = |BC| = 6$.

Kąty ODA i BCO są proste (zobacz rysunek). Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka OC jest równa

- A. 9 B. 8
C. $2\sqrt{13}$ D. $3\sqrt{13}$

**Zadanie 14.115.** [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 23. (2 pkt)]

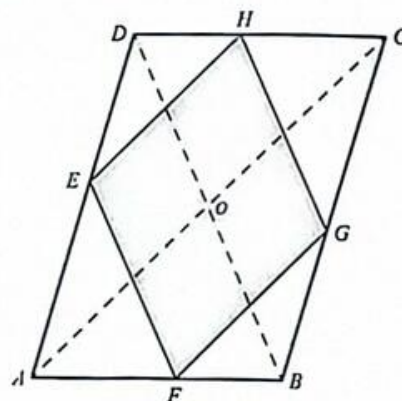
Przekątne równoległoboku $ABCD$ mają długości: $|AC| = 16$ oraz $|BD| = 12$.

Wierzchołki E, F, G oraz H rombu $EFGH$ leżą na bokach równoległoboku $ABCD$ (zobacz rysunek).

Boki tego rombu są równoległe do przekątnych równoległoboku.

Oblicz długość boku rombu $EFGH$.

Zapisz obliczenia.



Zadanie 14.116. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 24. (2 pkt)]

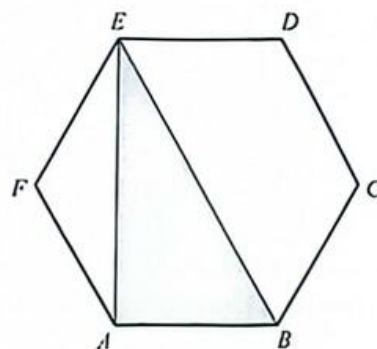
Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 3$, $\cos \angle BAC = \frac{4}{5}$.

Oblicz pole trójkąta ABC .

Zapisz obliczenia.

Zadanie 14.117. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 25.]

Dany jest sześciokąt foremny $ABCDEF$ o polu równym $6\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).



Zadanie 14.117.1. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 25.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole trójkąta ABE jest równe

- A. 6 B. $4\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

Zadanie 14.117.2. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 25.2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka AE jest równa

- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 4

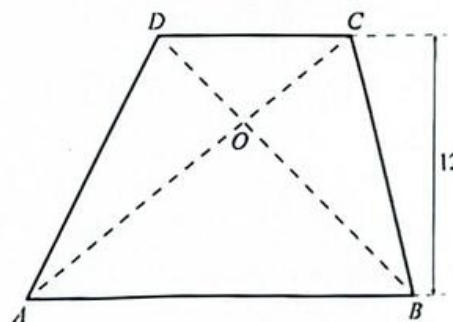
Zadanie 14.118. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 26. (1 pkt)]

Dany jest trapez $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$ oraz przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O (zobacz rysunek). Wysokość tego trapezu jest równa 12. Obwód trójkąta ABO jest równy 39, a obwód trójkąta CDO jest równy 13.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wysokość trójkąta ABO poprowadzona z punktu O jest równa

- A. 3 B. 4 C. 9 D. 6



Zadanie 14.119. [matura, maj 2023, zadanie 20. (1 pkt)]

W rombie o boku długości $6\sqrt{2}$ kąt rozwarty ma miarę 150° .

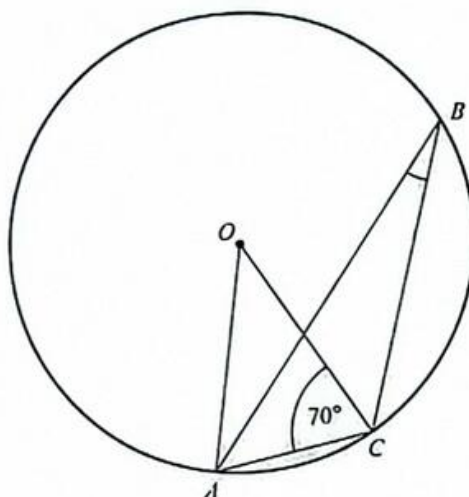
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloczyn długości przekątnych tego rombu jest równy

- A. 24 B. 72 C. 36 D. $36\sqrt{2}$

Zadanie 14.120. [matura, maj 2023, zadanie 21. (1 pkt)]

Punkty A, B, C leżą na okręgu o środku w punkcie O . Kąt ACO ma miarę 70° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ABC jest równa

- A. 10° B. 20°
C. 35° D. 40°

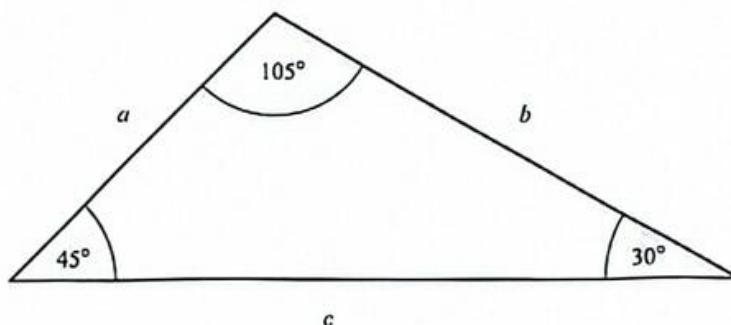
Zadanie 14.121. [matura, maj 2023, zadanie 22. (2 pkt)]

Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 5 i 12. Przeciwpromienną trójkąta T_2 ma długość 26.

Oblicz pole trójkąta T_2 . Zapisz obliczenia.

Zadanie 14.122. [matura, czerwiec 2023, zadanie 20. (2 pkt)]

Dany jest trójkąt, którego kąty mają miary 30° , 45° oraz 105° . Długości boków trójkąta, leżących naprzeciwko tych kątów są równe – odpowiednio – a , b oraz c (zobacz rysunek).



Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w wy kropkowanych miejscach.
Pole tego trójkąta poprawnie określają wyrażenia oznaczone literami:

..... oraz

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot c$ B. $\frac{1}{4} \cdot a \cdot c$ C. $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot a \cdot c$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot b \cdot c$
E. $\frac{1}{2} \cdot b \cdot c$ F. $\frac{1}{4} \cdot b \cdot c$

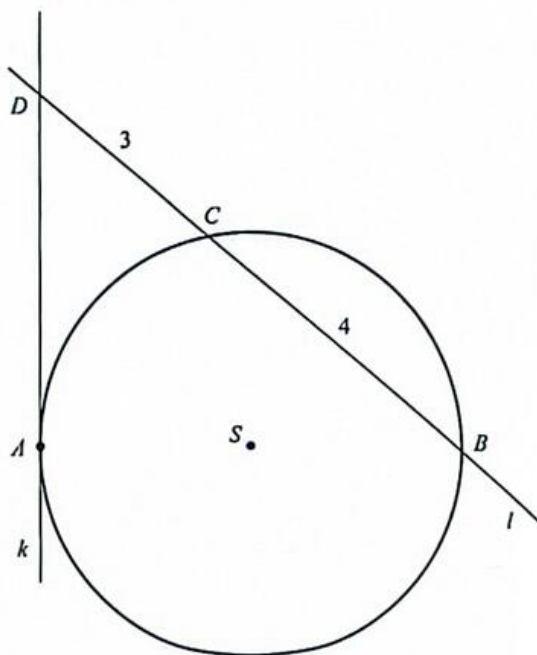
Zadanie 14.123. [matura, czerwiec 2023, zadanie 21. (1 pkt)]

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku S . Prosta k jest styczna do tego okręgu w punkcie A . Prosta l przecina ten okrąg w punktach B i C . Proste k i l przecinają się w punkcie D , przy czym $|BC| = 4$ i $|CD| = 3$ (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

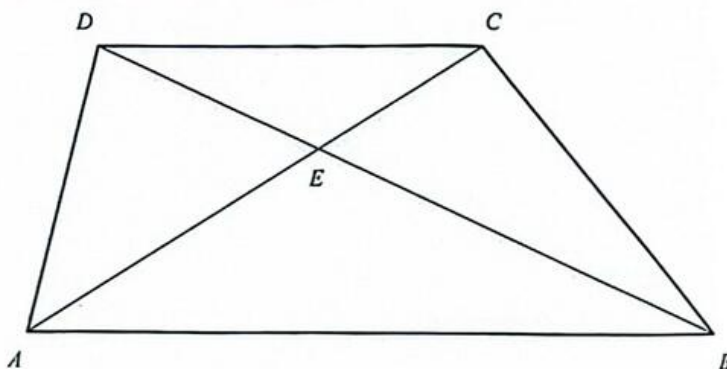
Odległość punktu A od prostej l jest równa

- A. $\frac{7}{2}$ B. 5
C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{3} + 2$

**Zadanie 14.124.** [matura, czerwiec 2023, zadanie 22. (1 pkt)]

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.



Trójkąt ABE jest podobny do trójkąta CDE .

P

F

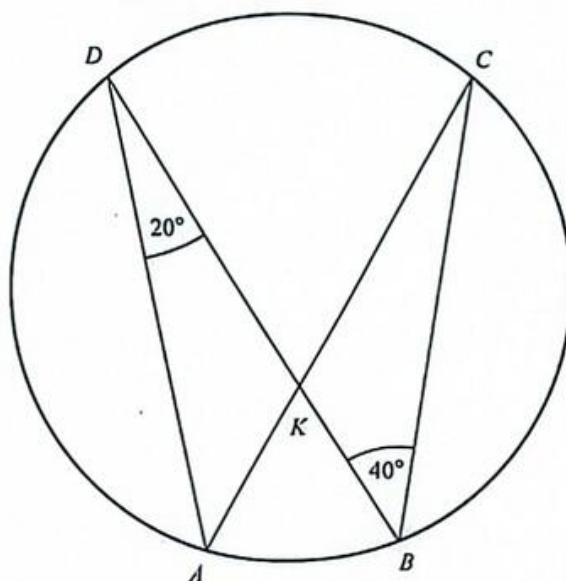
Pole trójkąta ACD jest równe polu trójkąta BCD .

P

F

Zadanie 14.125. [matura, czerwiec 2023, zadanie 23. (1 pkt)]

Na łukach AB i CD okręgu są oparte kąty wpisane ADB i DBC , takie, że $|\angle ADB| = 20^\circ$ i $|\angle DBC| = 40^\circ$ (zobacz rysunek). Cięciwy AC i BD przecinają się w punkcie K .



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta DKC jest równa

- A. 80° B. 60°
C. 50° D. 40°

Zadanie 14.126. [matura, czerwiec 2023, zadanie 24. (1 pkt)]

Pole trójkąta równobocznego T_1 jest równe $\frac{(1,5)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

Pole trójkąta równobocznego T_2 jest równe $\frac{(4,5)^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$.

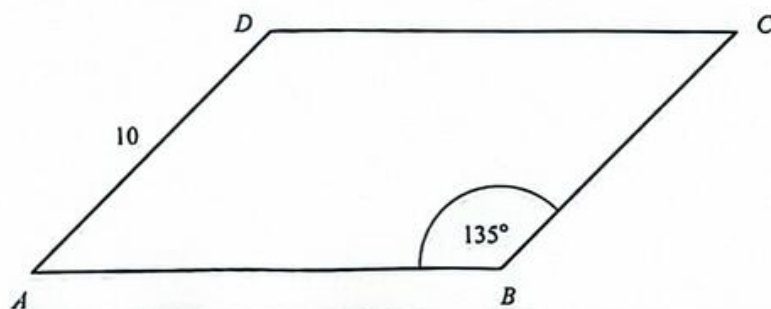
Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Trójkąt T_2 jest podobny do trójkąta T_1 w skali

A.	3,	ponieważ	1.	każdy z tych trójkątów ma dokładnie trzy osie symetrii.
			2.	pole trójkąta T_2 jest 9 razy większe od pola trójkąta T_1 .
B.	9,		3.	bok trójkąta T_2 jest o 3 dłuższy od boku trójkąta T_1 .

Zadanie 14.127. [matura, czerwiec 2023, zadanie 25. (1 pkt)]

Pole równoległoboku $ABCD$ jest równe $40\sqrt{6}$. Bok AD tego równoległoboku ma długość 10, a kąt ABC równoległoboku ma miarę 135° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość boku AB jest równa

- A. $8\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{2}$ C. $16\sqrt{2}$ D. $16\sqrt{3}$

Zadanie 14.128. [matura, sierpień 2023, zadanie 20. (1 pkt)]

Trapez T_1 , o polu równym 52 i obwodzie 36, jest podobny do trapezu T_2 .

Pole trapezu T_2 jest równe 13.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obwód trapezu T_2 jest równy

- A. 18 B. 9 C. $\frac{169}{9}$ D. $\frac{52}{3}$

Zadanie 14.129. [matura, sierpień 2023, zadanie 23. (1 pkt)]

W trójkącie ABC długość boku AC jest równa 3, a długość boku BC jest równa 4. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC w punkcie D .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek $|AD| : |DB|$ jest równy

- A. 4 : 3 B. 4 : 7 C. 3 : 4 D. 3 : 7

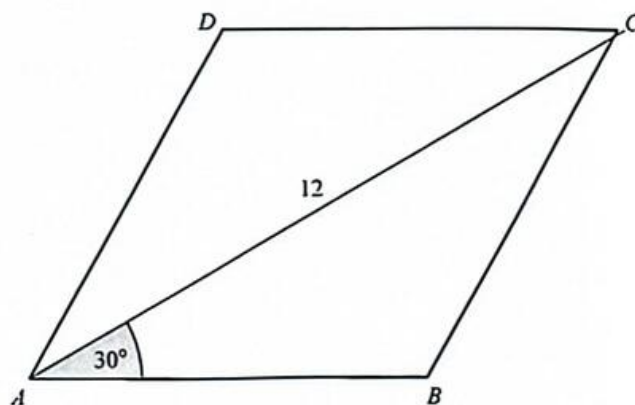
Zadanie 14.130. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 23. (1 pkt)]

W rombie $ABCD$ dłuższa przekątna AC ma długość 12 i tworzy z bokiem AB kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

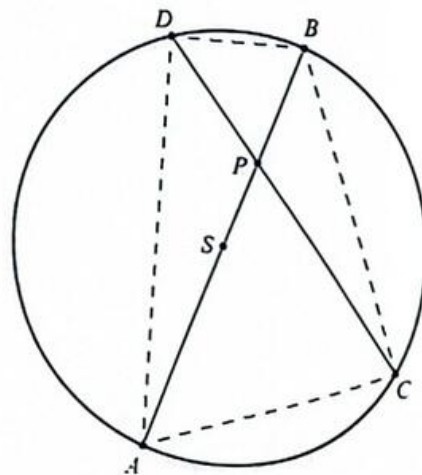
Pole rombu $ABCD$ jest równe

- A. 24 B. 36
C. $24\sqrt{3}$ D. $36\sqrt{2}$



Zadanie 14.131. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 24. (2 pkt)]

Dany jest okrąg O o środku w punkcie S . Średnica AB tego okręgu przecina cięciwę CD w punkcie P (zobacz rysunek). Ponadto: $|PB| = 4$, $|PC| = 8$ oraz $|PD| = 5$.



Oblicz promień okręgu O . Zapisz obliczenia.

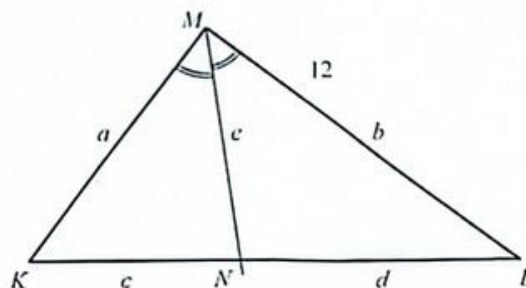
Zadanie 14.132. [matura, maj 2024, zadanie 20. (1 pkt)]

Dany jest trójkąt KLM , w którym $|KM| = a$, $|LM| = b$ oraz $a \neq b$. Dwusieczna kąta KLM przecina bok KL w punkcie N takim, że $|KN| = c$, $|NL| = d$ oraz $|MN| = e$ (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W trójkącie KLM prawdziwa jest równość

- A. $a \cdot b = c \cdot d$ B. $a \cdot d = b \cdot c$ C. $a \cdot c = b \cdot d$ D. $a \cdot b = e \cdot e$



Zadanie 14.133. [matura, maj 2024, zadanie 21. (1 pkt)]

Dany jest równoległobok o bokach długości 3 i 4 oraz o kącie między nimi o mierze 120° . Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole tego równoległoboku jest równe

- A. 12 B. $12\sqrt{3}$ C. 6 D. $6\sqrt{3}$

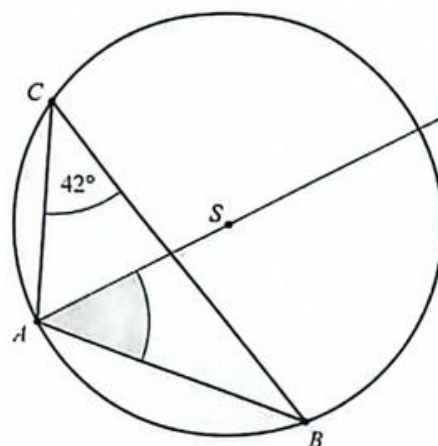
Zadanie 14.134. [matura, maj 2024, zadanie 22. (1 pkt)]

W trójkącie ABC , wpisanym w okrąg o środku w punkcie S , kąt ACB ma miarę 42° (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego BAS jest równa

- A. 42° B. 45°
C. 48° D. 69°



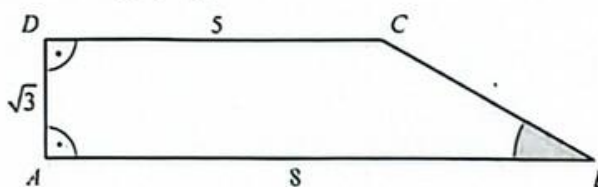
Zadanie 14.135. [matura, czerwiec 2024, zadanie 20. (1 pkt)]

Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ mają długości: $|AB| = 8$ oraz $|CD| = 5$. Wysokość AD tego trapezu ma długość $\sqrt{3}$ (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

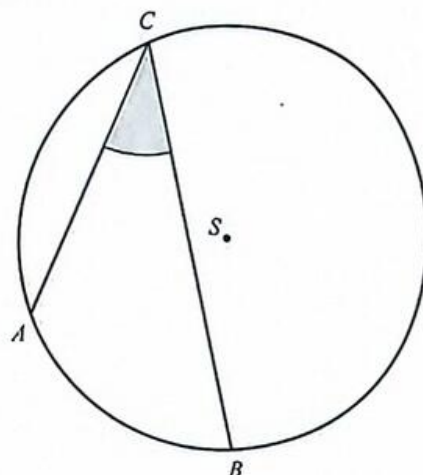
Miara kąta ostrego ABC jest równa

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°



Zadanie 14.136. [matura, czerwiec 2024, zadanie 21. (1 pkt)]

Punkty A , B oraz C leżą na okręgu o środku w punkcie S . Długość łuku AB , na którym jest oparty kąt wpisany ACB , jest równa $\frac{1}{5}$ długości okręgu (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta ostrego ACB jest równa

- A. 18° B. 30°
C. 36° D. 72°

Zadanie 14.137. [matura, czerwiec 2024, zadanie 22. (2 pkt)]

Bok kwadratu $ABCD$ ma długość równą 12. Punkt S jest środkiem boku BC tego kwadratu. Na odcinku AS leży punkt P taki, że odcinek BP jest prostopadły do odcinka AS . Oblicz długość odcinka BP . Zapisz obliczenia.

15. Stereometria

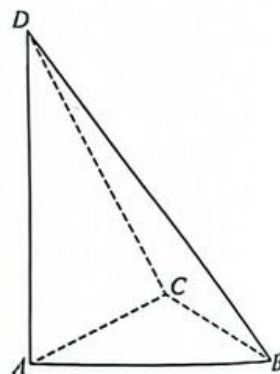
Zadanie 15.1. [matura, maj 2010, zadanie 24. (1 pkt)]

Ostrosłup ma 18 wierzchołków. Liczba wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa

- A. 11 B. 18 C. 27 D. 34

Zadanie 15.2. [matura, maj 2010, zadanie 32. (4 pkt)]

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest trójkąt ABC . Krawędź AD jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek).



Oblicz objętość ostrosłupa $ABCD$, jeśli wiadomo, że $|AD| = 12$, $|BC| = 6$, $|BD| = |CD| = 13$.

Zadanie 15.3. [matura, sierpień 2010, zadanie 24. (1 pkt)]

Graniastosłup ma 15 krawędzi. Ile wierzchołków ma ten graniastosłup?

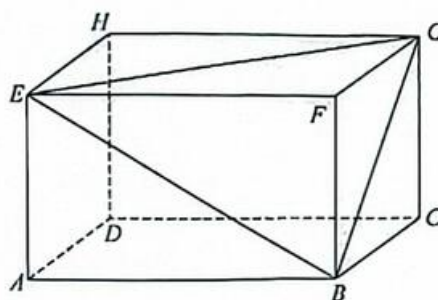
- A. 10 B. 5 C. 15 D. 30

Zadanie 15.4. [matura, maj 2011, zadanie 15. (1 pkt)]

W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ mamy: $|AB| = 5$,
 $|AD| = 4$, $|AE| = 3$.

Który z odcinków AB , BG , GE , EB jest najdłuższy?

- A. AB B. BG
 C. GE D. EB

**Zadanie 15.5.** [matura, maj 2011, zadanie 20. (1 pkt)]

Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 54. Długość przekątnej tego sześcianu jest równa

- A. $\sqrt{6}$ B. 3 C. 9 D. $3\sqrt{3}$

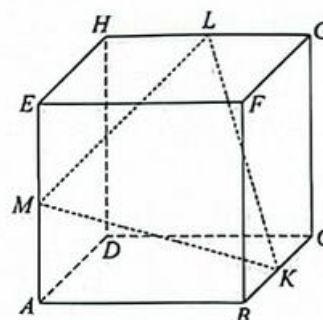
Zadanie 15.6. [matura, maj 2011, zadanie 21. (1 pkt)]

Objętość stożka o wysokości 8 i średnicy podstawy 12 jest równa

- A. 124π B. 96π C. 64π D. 32π

Zadanie 15.7. [matura, maj 2011, zadanie 33. (4 pkt)]

Punkty K , L i M są środkami krawędzi BC , GH i AE sześcianu $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 1 (zobacz rysunek).



Oblicz pole trójkąta KLM .

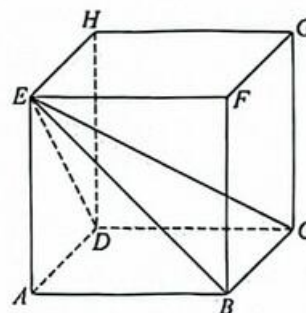
Zadanie 15.8. [matura, czerwiec 2011, zadanie 20. (1 pkt)]

Stożek powstał w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego o przyprostokątnych 6 i 13 wokół krótszej przyprostokątnej. Promień podstawy tego stożka jest równy

- A. 6 B. 13 C. 6,6 D. 3

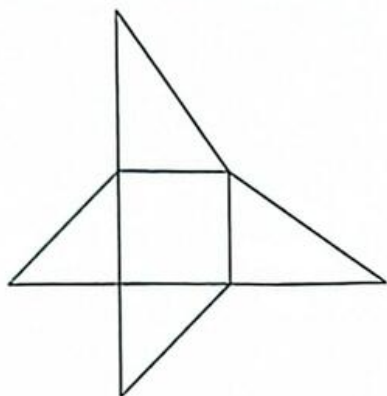
Zadanie 15.9. [matura, czerwiec 2011, zadanie 21. (1 pkt)]

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$.

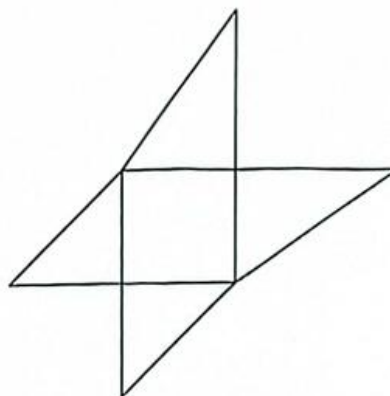


Siatką ostrosłupa czworokątnego $ABCDE$ jest

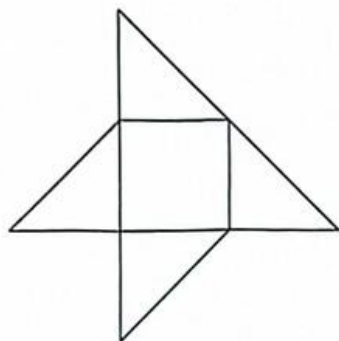
A.



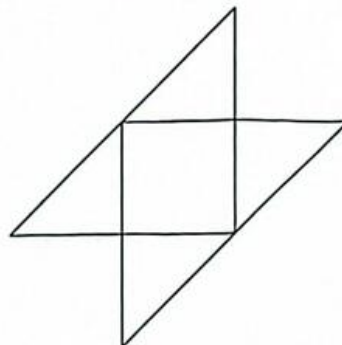
B.



C.



D.



Zadanie 15.10. [matura, czerwiec 2011, zadanie 32. (4 pkt)]

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest romb $ABCD$ o boku długości 4. Kąt ABC rombu ma miarę 120° , $|AS| = |CS| = 10$ i $|BS| = |DS|$. Oblicz sinus kąta nachylenia krawędzi BS do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.

Zadanie 15.11. [matura, maj 2012, zadanie 19. (1 pkt)]

Pole powierzchni jednej ściany sześcianu jest równe 4. Objętość tego sześcianu jest równa

A. 6

B. 8

C. 24

D. 64

Zadanie 15.12. [matura, maj 2012, zadanie 20. (1 pkt)]

Tworząca stożka ma długość 4 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° .

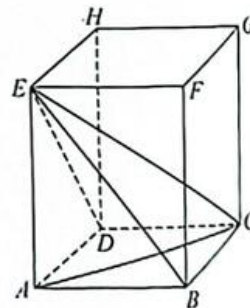
Wysokość tego stożka jest równa

A. $2\sqrt{2}$ B. 16π C. $4\sqrt{2}$ D. 8π

Zadanie 15.13. [matura, maj 2012, zadanie 33. (4 pkt)]

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCDEFGH$ przekątna AC podstawy ma długość 4. Kąt ACE jest równy 60° .

Oblicz objętość ostrosłupa $ABCDE$ przedstawionego na poniższym rysunku.



Zadanie 15.14. [matura, czerwiec 2012, zadanie 22. (1 pkt)]

Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 4 i 6 obracamy wokół dłuższej przyprostokątnej. Objętość powstałego stożka jest równa

- A. 96π B. 48π C. 32π D. 8π

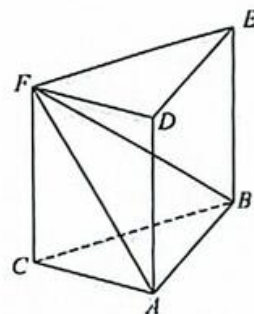
Zadanie 15.15. [matura, czerwiec 2012, zadanie 24. (1 pkt)]

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku a . Jeżeli r oznacza promień podstawy walca, h oznacza wysokość walca, to

- A. $r + h = a$ B. $h - r = \frac{a}{2}$ C. $r - h = \frac{a}{2}$ D. $r^2 + h^2 = a^2$

Zadanie 15.16. [matura, czerwiec 2012, zadanie 34. (4 pkt)]

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ o podstawach ABC i DEF i krawędziach bocznych AD , BE i CF (zobacz rysunek). Długość krawędzi podstawy AB jest równa 8, a pole trójkąta ABF jest równe 52.



Oblicz objętość tego graniastosłupa.

Zadanie 15.17. [matura, maj 2013, zadanie 20. (1 pkt)]

Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest o 10 większa od liczby wszystkich jego ścian bocznych. Stąd wynika, że podstawą tego graniastosłupa jest

- A. czworokąt B. pięciokąt C. sześciokąt D. dziesięciokąt

Zadanie 15.18. [matura, maj 2013, zadanie 21. (1 pkt)]

Pole powierzchni bocznej stożka o wysokości 4 i promieniu podstawy 3 jest równe

- A. 9π B. 12π C. 15π D. 16π

Zadanie 15.19. [matura, maj 2013, zadanie 25. (1 pkt)]

Objętość graniastosłupa prawidłowego trójkątnego o wysokości 7 jest równa $28\sqrt{3}$. Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

Zadanie 15.20. [matura, maj 2013, zadanie 33. (4 pkt)]

Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 100 cm^2 , a jego pole powierzchni bocznej jest równe 260 cm^2 . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 15.21. [matura, czerwiec 2013, zadanie 15. (1 pkt)]

Pole powierzchni całkowitej sześcianu jest równe 12. Suma długości wszystkich krawędzi tego sześcianu jest równa

- A. $12\sqrt{2}$ B. $8\sqrt{2}$ C. $6\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

Zadanie 15.22. [matura, czerwiec 2013, zadanie 23. (1 pkt)]

Objętość stożka o wysokości h i promieniu podstawy trzy razy mniejszym od wysokości jest równa

A. $\frac{1}{9}\pi h^2$

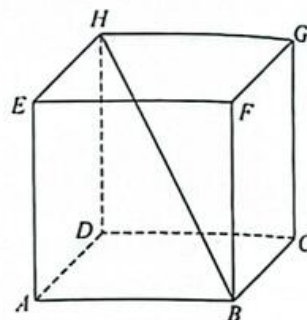
B. $\frac{1}{27}\pi h^2$

C. $\frac{1}{9}\pi h^3$

D. $\frac{1}{27}\pi h^3$

Zadanie 15.23. [matura, czerwiec 2013, zadanie 32. (4 pkt)]

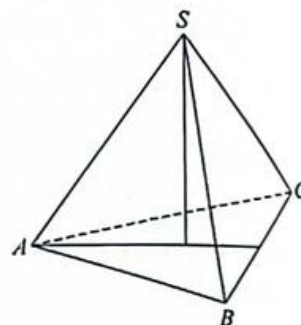
Podstawą graniastosłupa $ABCDEFGH$ jest prostokąt $ABCD$ (zobacz rysunek), którego krótszy bok ma długość 3. Przekątna prostokąta $ABCD$ tworzy z jego dłuższym bokiem kąt 30° . Przekątna HB graniastosłupa tworzy z płaszczyzną jego podstawy kąt 60° .



Oblicz objętość tego graniastosłupa.

Zadanie 15.24. [matura, sierpień 2013, zadanie 34. (4 pkt)]

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ (tak jak na rysunku) jest równa 72, a promień okręgu wpisanego w podstawę ABC tego ostrosłupa jest równy 2.



Oblicz tangens kąta między wysokością tego ostrosłupa i jego ścianą boczną.

Zadanie 15.25. [matura, maj 2014, zadanie 19. (1 pkt)]

Jeżeli ostrosłup ma 10 krawędzi, to liczba ścian bocznych jest równa

A. 5

B. 7

C. 8

D. 10

Zadanie 15.26. [matura, maj 2014, zadanie 20. (1 pkt)]

Stożek i walec mają takie same podstawy i równe pola powierzchni bocznych. Wtedy tworząca stożka jest

A. sześć razy dłuższa od wysokości walca.

B. trzy razy dłuższa od wysokości walca.

C. dwa razy dłuższa od wysokości walca.

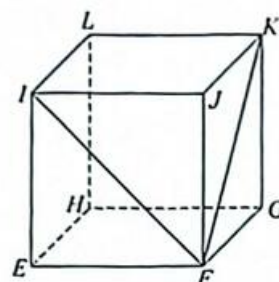
D. równa wysokości walca.

Zadanie 15.27. [matura, maj 2014, zadanie 32. (4 pkt)]

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 198. Stosunki długości krawędzi prostopadłościanu wychodzących z tego samego wierzchołka prostopadłościanu to $1 : 2 : 3$. Oblicz długość przekątnej tego prostopadłościanu.

Zadanie 15.28. [matura, czerwiec 2014, zadanie 16. (1 pkt)]

W sześcianie $EFGHIJKL$ poprowadzono z wierzchołka F dwie przekątne sąsiednich ścian, FI oraz FK (zobacz rysunek).



Miara kąta IFK jest równa

- A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°

Zadanie 15.29. [matura, czerwiec 2014, zadanie 24. (1 pkt)]

Objętość walca o promieniu podstawy 4 jest równa 96π .
Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe

- A. 16π B. 24π C. 32π D. 48π

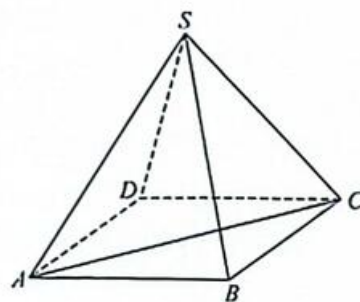
Zadanie 15.30. [matura, czerwiec 2014, zadanie 25. (1 pkt)]

Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 432, a krawędź podstawy tego ostrosłupa ma długość 12. Wysokość tego ostrosłupa jest równa

- A. 3 B. 9 C. 27 D. 108

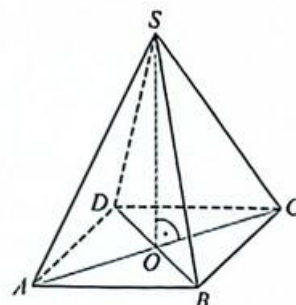
Zadanie 15.31. [matura, czerwiec 2014, zadanie 32. (4 pkt)]

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD S$ (zobacz rysunek) przekątna AC podstawy ma długość $4\sqrt{2}$. Kąt ASC między przeciwległymi krawędziami bocznymi ostrosłupa ma miarę 60° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

**Zadanie 15.32.** [matura, sierpień 2014, zadanie 33. (4 pkt)]

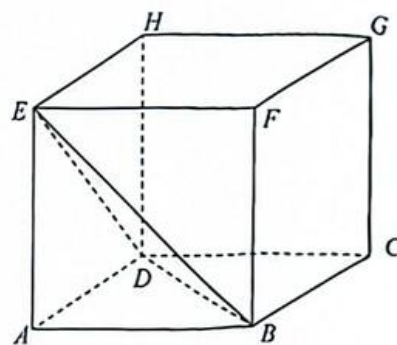
Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest kwadrat. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest równa 22, a tangens kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy jest równy $\frac{4\sqrt{6}}{5}$.

Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Zadanie 15.33. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 12. (1 pkt)]

Z sześcianu $ABCDEFGH$ o krawędzi długości a odcięto ostrosłup $ABDE$ (zobacz rysunek).



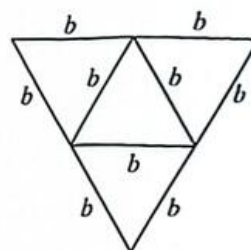
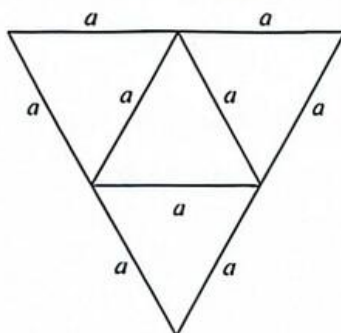
Ile razy objętość tego ostrosłupa jest mniejsza od objętości pozostałej części sześcianu?

- A. 2 razy. B. 3 razy.
C. 4 razy. D. 5 razy.

Zadanie 15.34. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 18. (1 pkt)]

Na rysunkach obok przedstawiono siatki dwóch ostrosłupów.

Pole powierzchni całkowitej ostrosłupa o krawędzi a jest dwa razy większe od pola powierzchni całkowitej ostrosłupa o krawędzi b . Ile razy



objętość ostrosłupa o krawędzi a jest większa od objętości ostrosłupa o krawędzi b ?

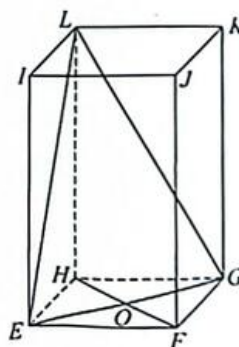
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4

Zadanie 15.35. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 33. (4 pkt)]

Tworząca stożka ma długość 17, a wysokość stożka jest krótsza od średnicy jego podstawy o 22. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość tego stożka.

Zadanie 15.36. [matura, maj 2015, zadanie 21. (1 pkt)]

W graniastosłupie prawidłowym czworokątnym $EFGHIJKL$ wierzchołki E, G, L połączono odcinkami (tak jak na rysunku).



Wskaż kąt między wysokością OL trójkąta EGL i płaszczyzną podstawy tego graniastosłupa.

- A. $\angle HOL$ B. $\angle OGL$
C. $\angle HLO$ D. $\angle OHL$

Zadanie 15.37. [matura, maj 2015, zadanie 22. (1 pkt)]

Przekrojem osiowym stożka jest trójkąt równoboczny o boku długości 6. Objętość tego stożka jest równa

- A. $27\pi\sqrt{3}$ B. $9\pi\sqrt{3}$ C. 18π D. 6π

Zadanie 15.38. [matura, maj 2015, zadanie 23. (1 pkt)]

Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość równą 8. Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

- A. $\frac{8^2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 3 \right)$ B. $8^2 \cdot \sqrt{3}$ C. $\frac{8^2 \sqrt{6}}{3}$ D. $8^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + 3 \right)$

Zadanie 15.39. [matura, maj 2015, zadanie 32. (4 pkt)]

Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

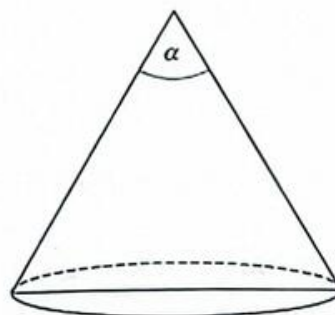
Zadanie 15.40. [matura, maj 2015, zadanie 23. (1 pkt)]

Kula o promieniu 5 cm i stożek o promieniu podstawy 10 cm mają równe objętości. Wysokość stożka jest równa

- A. $\frac{25}{\pi}$ cm B. 10 cm C. $\frac{10}{\pi}$ cm D. 5 cm

Zadanie 15.41. [matura, czerwiec 2015, zadanie 19. (1 pkt)]

Tworząca stożka o promieniu podstawy 3 ma długość 6 (zobacz rysunek).



Kąt α rozwarcia tego stożka jest równy

- A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°

Zadanie 15.42. [matura, czerwiec 2015, zadanie 20. (1 pkt)]

Graniastosłup o podstawie ośmiokąta ma dokładnie

- A. 16 wierzchołków. B. 9 wierzchołków. C. 16 krawędzi. D. 8 krawędzi.

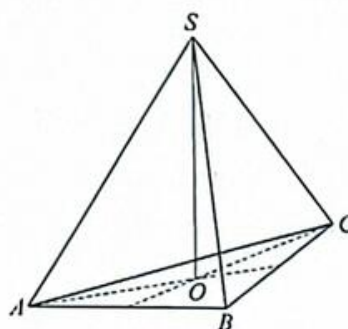
Zadanie 15.43. [matura, czerwiec 2015, zadanie 21. (1 pkt)]

W ostrosłupie czworokątnym, w którym wszystkie krawędzie mają tę samą długość, kąt nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy ma miarę.

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

Zadanie 15.44. [matura, czerwiec 2015, zadanie 34. (5 pkt)]

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest równa $27\sqrt{3}$. Długość krawędzi AB podstawy ostrosłupa jest równa 6 (zobacz rysunek).



Oblicz pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Zadanie 15.45. [matura, czerwiec 2015, zadanie 20. (1 pkt)]

Dany jest stożek, którego przekrojem osiowym jest trójkąt o bokach długości: 6, 10 i 10. Stosunek pola powierzchni bocznej stożka do pola jego podstawy jest równy

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{10}{3}$

Zadanie 15.46. [matura, czerwiec 2015, zadanie 21. (1 pkt)]

Każda krawędź ostrosłupa prawidłowego trójkątnego ma długość równą 8. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe

- A. $16\sqrt{3}$ B. $32\sqrt{3}$ C. $48\sqrt{3}$ D. $64\sqrt{3}$

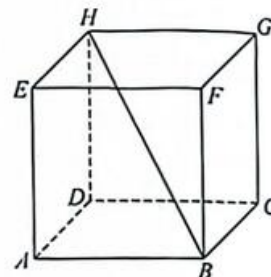
Zadanie 15.47. [matura, czerwiec 2015, zadanie 22. (1 pkt)]

Promień kuli o objętości $V = 288\pi$ jest równy

- A. 18 B. 9 C. 8 D. 6

Zadanie 15.48. [matura, czerwiec 2015, zadanie 33. (4 pkt)]

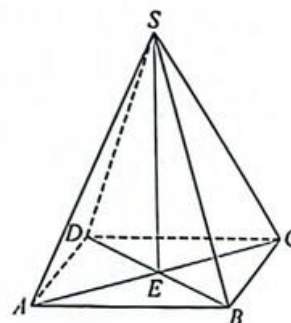
Wysokość prostopadłościanu $ABCDEFGH$ jest równa 1, a długość przekątnej BH jest równa sumie długości krawędzi AB i BC .



Oblicz objętość tego prostopadłościanu.

Zadanie 15.49. [matura, sierpień 2015, zadanie 33. (4 pkt)]

Podstawą ostrosłupa $ABCD S$ jest prostokąt, którego boki pozostają w stosunku 3 : 4, a pole jest równe 192 (zobacz rysunek). Punkt E jest wyznaczony przez przecinające się przekątne podstawy, a odcinek SE jest wysokością ostrosłupa. Każda krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° .



Oblicz objętość ostrosłupa.

Zadanie 15.50. [matura, sierpień 2015, zadanie 34. (5 pkt)]

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym ściana boczna o polu równym 10 jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 15.51. [matura, maj 2016, zadanie 23. (1 pkt)]

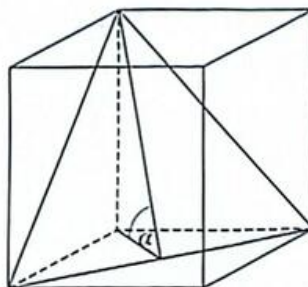
Kąt rozwarcia stożka ma miarę 120° , a tworząca tego stożka ma długość 4. Objętość tego stożka jest równa.

- A. 36π B. 18π C. 24π D. 8π

Zadanie 15.52. [matura, maj 2016, zadanie 24. (1 pkt)]

Przekątna podstawy graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest dwa razy dłuższa od wysokości graniastosłupa. Graniastosłup przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i jeden wierzchołek drugiej podstawy (patrz rysunek). Płaszczyzna przekroju tworzy z podstawą graniastosłupa kąt α o mierze

- A. 30° B. 45°
C. 60° D. 75°

**Zadanie 15.53.** [matura, maj 2016, zadanie 33. (5 pkt)]

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC . Wysokość SO tego ostrosłupa jest równa wysokości jego podstawy. Objętość tego ostrosłupa jest równa 27. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa $ABCS$ oraz cosinus kąta, jaki tworzą wysokość ściany bocznej i płaszczyzna podstawy ostrosłupa.

Zadanie 15.54 [matura, czerwiec 2016, zadanie 20. (1 pkt)]

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ jest kwadrat $ABCD$. Wszystkie ściany boczne tego ostrosłupa są trójkątami równobocznymi. Miara kąta ASC jest równa

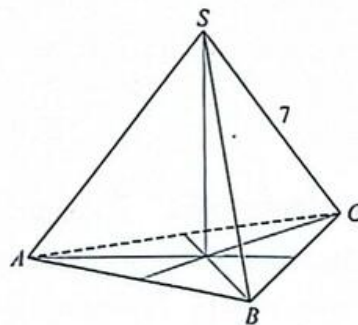
- A. 45° B. 30° C. 75° D. 90°

Zadanie 15.55. [matura, czerwiec 2016, zadanie 32. (4 pkt)]

Dany jest stożek o objętości 8π , w którym stosunek wysokości do promienia podstawy jest równy $3 : 8$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego stożka.

Zadanie 15.56. [matura, sierpień 2016, zadanie 33. (5 pkt)]

Trójkąt równoboczny ABC jest podstawą ostrosłupa prawidłowego $ABCS$, w którym ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° , a krawędź boczna ma długość 7 (zobacz rysunek).



Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 15.57. [matura, maj 2017, zadanie 21. (1 pkt)]

Pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest 3 razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równe 140. Zatem krawędź podstawy tego graniastosłupa jest równa

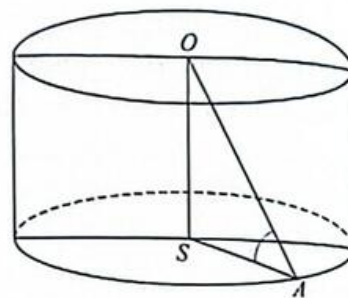
- A. $\sqrt{10}$ B. $3\sqrt{10}$ C. $\sqrt{42}$ D. $3\sqrt{42}$

Zadanie 15.58. [matura, maj 2017, zadanie 22. (1 pkt)]

Promień AS podstawy walca jest równy wysokości OS tego walca.

Sinus kąta OAS (zobacz rysunek) jest równy

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{1}{2}$ D. 1

**Zadanie 15.59.** [matura, maj 2017, zadanie 23. (1 pkt)]

Dany jest stożek o wysokości 4 i średnicy podstawy 12. Objętość tego stożka jest równa

- A. 576π B. 192π C. 144π D. 48π

Zadanie 15.60. [matura, maj 2017, zadanie 34. (4 pkt)]

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wysokość ściany bocznej prostopadła do krawędzi podstawy ostrosłupa jest równa $\frac{5\sqrt{3}}{4}$, a pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest równe $\frac{15\sqrt{3}}{4}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zadanie 15.61. [matura, czerwiec 2017, zadanie 23. (1 pkt)]

Długość przekątnej sześcianu jest równa 6. Stąd wynika, że pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe

- A. 72 B. 48 C. 152 D. 108

Zadanie 15.62. [matura, czerwiec 2017, zadanie 24. (1 pkt)]

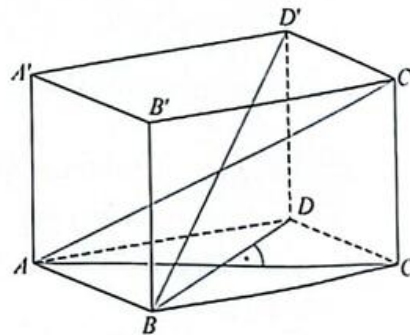
Pole powierzchni bocznej walca jest równe 16π , a promień jego podstawy ma długość 2. Wysokość tego walca jest równa

- A. 4 B. 8 C. 4π D. 8π

Zadanie 15.63. [matura, czerwiec 2017, zadanie 34. (5 pkt)]

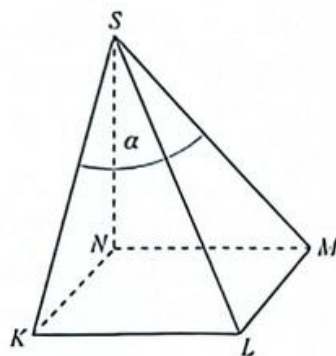
Podstawą graniastosłupa prostego $ABCD A' B' C' D'$ jest romb $ABCD$. Przekątna AC' tego graniastosłupa ma długość 8 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° , a przekątna BD' jest nachylona do tej płaszczyzny pod kątem 45° .

Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.



Zadanie 15.64. [matura, maj 2018, zadanie 20. (1 pkt)]

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $KLMN$ o boku długości 4. Wysokością tego ostrosłupa jest krawędź NS , a jej długość też jest równa 4 (zobacz rysunek).



Kąt α , jaki tworzą krawędzie KS i MS , spełnia warunek

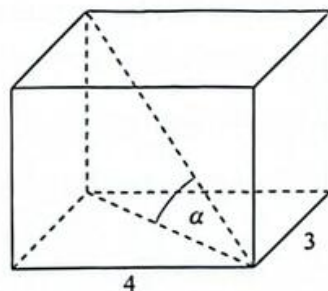
- A. $\alpha = 45^\circ$ B. $45^\circ < \alpha < 60^\circ$
C. $\alpha > 60^\circ$ D. $\alpha = 60^\circ$.

Zadanie 15.65. [matura, maj 2018, zadanie 21. (1 pkt)]

Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o bokach długości 3 i 4. Kąt α , jaki przekątna tego graniastosłupa tworzy z jego podstawą, jest równy 45° (zobacz rysunek).

Wysokość graniastosłupa jest równa

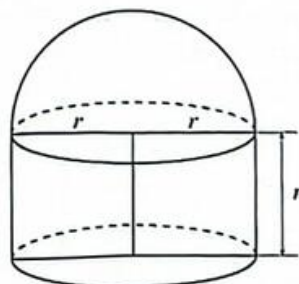
- A. 5 B. $3\sqrt{2}$
C. $5\sqrt{2}$ D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

**Zadanie 15.66.** [matura, maj 2018, zadanie 22. (1 pkt)]

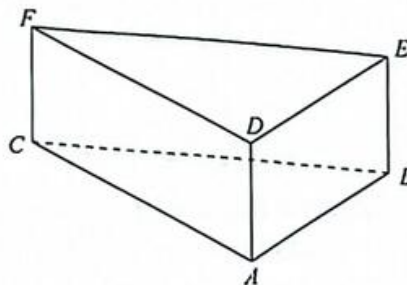
Na rysunku przedstawiono bryłę zbudowaną z walca i półkuli. Wysokość walca jest równa r i jest taka sama jak promień półkuli oraz taka sama jak promień podstawy walca.

Objętość tej bryły jest równa

- A. $\frac{5}{3}\pi r^3$ B. $\frac{4}{3}\pi r^3$
C. $\frac{2}{3}\pi r^3$ D. $\frac{1}{3}\pi r^3$

**Zadanie 15.67.** [matura, maj 2018, zadanie 34. (4 pkt)]

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny (zobacz rysunek). Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe $45\sqrt{3}$. Pole podstawy graniastosłupa jest równe polu jednej ściany bocznej. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

**Zadanie 15.68.** [matura, czerwiec 2018, zadanie 20. (1 pkt)]

Dany jest walec, w którym wysokość jest równa promieniowi podstawy. Objętość tego walca jest równa 27π . Wynika stąd, że promień podstawy tego walca jest równy

- A. 9 B. 6 C. 3 D. 2.

Zadanie 15.69. [matura, czerwiec 2018, zadanie 21. (1 pkt)]

Stożek o promieniu podstawy r i kula o tym samym promieniu mają równe objętości. Tangens kąta między tworzącą i płaszczyzną podstawy tego stożka jest równy

- A. $\frac{4}{3}$ B. 12 C. $\sqrt{17}$ D. 4

Zadanie 15.70. [matura, czerwiec 2018, zadanie 23. (1 pkt)]

Gdy dodamy liczbę wszystkich krawędzi pewnego graniastosłupa do liczby wszystkich jego wierzchołków, to otrzymamy w wyniku 15. Liczba wszystkich krawędzi tego graniastosłupa jest równa

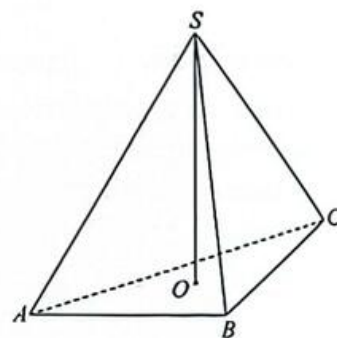
- A. 9 B. 7 C. 6 D. 5

Zadanie 15.71. [matura, czerwiec 2018, zadanie 32. (5 pkt)]

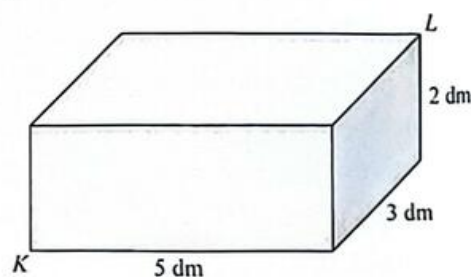
Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości $H = 16$. Cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

Zadanie 15.72. [matura, sierpień 2018, zadanie 32. (5 pkt)]

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ krawędź podstawy ma długość a . Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest dwa razy większe od pola jego podstawy. Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa od płaszczyzny jego podstawy.

**Zadanie 15.73.** [matura, maj 2019, zadanie 21. (1 pkt)]

Pudełko w kształcie prostopadłościanu ma wymiary $5 \text{ dm} \times 3 \text{ dm} \times 2 \text{ dm}$ (zobacz rysunek).



Przekątna KL tego prostopadłościanu jest – z dokładnością do 0,01 dm – równa

- A. 5,83 dm B. 6,16 dm C. 3,61 dm D. 5,39 dm

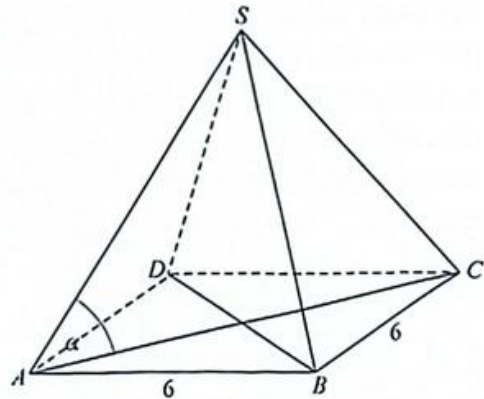
Zadanie 15.74. [matura, maj 2019, zadanie 22. (1 pkt)]

Promień kuli i promień podstawy stożka są równe 4. Pole powierzchni kuli jest równe polu powierzchni całkowitej stożka. Długość tworzącej stożka jest równa

- A. 8 B. 4 C. 16 D. 12

Zadanie 15.75. [matura, maj 2019, zadanie 34. (5 pkt)]

Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Oblicz cosinus kąta α .

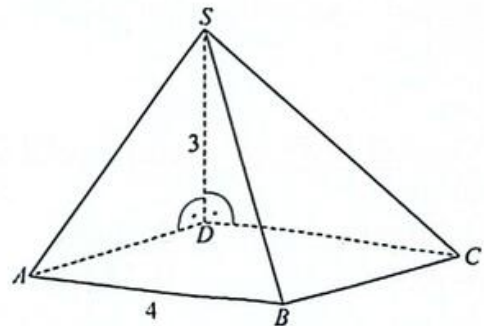
**Zadanie 15.76.** [matura, czerwiec 2019, zadanie 19. (1 pkt)]

Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu jest równa 96 cm. Pole powierzchni całkowitej tego sześcianu jest równe

- A. 48 cm^2 B. 64 cm^2 C. 384 cm^2 D. 512 cm^2

Zadanie 15.77. [matura, czerwiec 2019, zadanie 22. (1 pkt)]

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 4. Krawędź boczna DS jest prostopadła do podstawy i ma długość 3 (zobacz rysunek).



Pole ściany BCS tego ostrosłupa jest równe

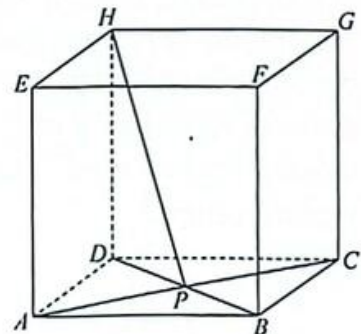
- A. 20 B. 10
C. 16 D. 12

Zadanie 15.78. [matura, czerwiec 2019, zadanie 23. (1 pkt)]

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$. Przekątne AC i BD ściany $ABCD$ sześcianu przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).

Tangens kąta, jaki odcinek PH tworzy z płaszczyzną $ABCD$, jest równy

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. 1 D. $\sqrt{2}$

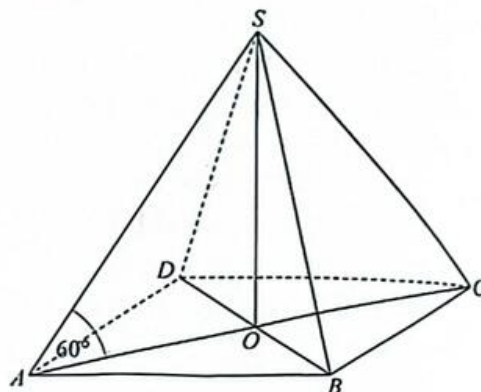
**Zadanie 15.79.** [matura, czerwiec 2019, zadanie 24. (1 pkt)]

Przekrojem osiowym walca jest kwadrat o przekątnej długości 12. Objętość tego walca jest zatem równa

- A. $36\pi\sqrt{2}$ B. $108\pi\sqrt{2}$ C. 54π D. 108π

Zadanie 15.80. [matura, czerwiec 2019, zadanie 32. (5 pkt)]

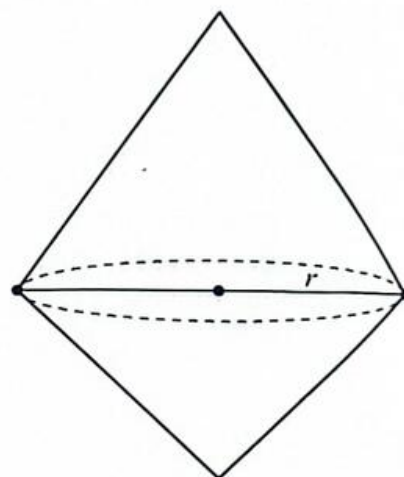
Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest prostokąt o polu równym 432, a stosunek długości boków tego prostokąta jest równy $3 : 4$. Przekątne podstawy $ABCD$ przecinają się w punkcie O . Odcinek SO jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek). Kąt SAO ma miarę 60° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

**Zadanie 15.81.** [matura, czerwiec 2020, zadanie 25. (1 pkt)]

Dwa stożki o takich samych podstawach połączono podstawami w taki sposób jak na rysunku.

Stosunek wysokości tych stożków jest równy $3 : 2$.

Objętość stożka o krótszej wysokości jest równa 12 cm^3 .

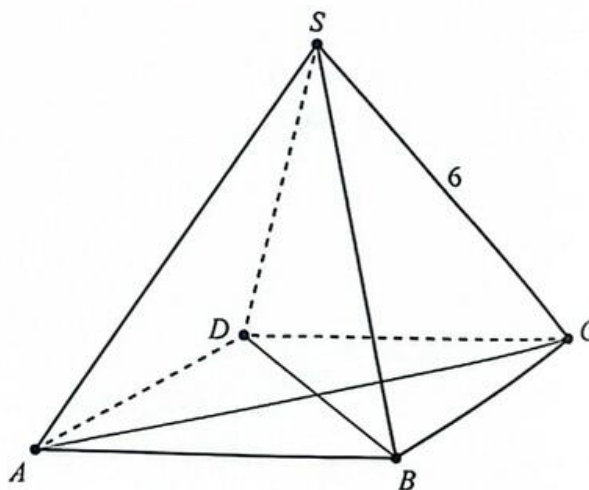


Objętość bryły utworzonej z połączonych stożków jest równa

- A. 20 cm^3 B. 30 cm^3
C. 39 cm^3 D. $52,5 \text{ cm}^3$

Zadanie 15.82. [matura, czerwiec 2020, zadanie 34. (5 pkt)]

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD$, którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\sqrt{7}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Zadanie 15.83. [matura, czerwiec 2020, zadanie 25. (1 pkt)]

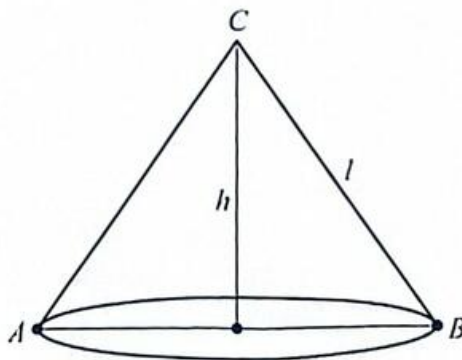
Dany jest stożek o objętości 18π , którego przekrojem osiowym jest trójkąt ABC (zobacz rysunek).

Kąt CBA jest kątem nachylenia tworzącej l tego stożka do płaszczyzny jego podstawy.

Tangens kąta CBA jest równy 2.

Wynika stąd, że wysokość h tego stożka jest równa

- A. 12 B. 6
C. 4 D. 2

**Zadanie 15.84.** [matura, lipiec 2020, zadanie 20. (1 pkt)]

Tworząca stożka jest o 2 dłuższa od promienia jego podstawy, a pole powierzchni bocznej jest o 2π większe od pola podstawy. Promień podstawy tego stożka jest równy

- A. 3 B. 2π C. 1 D. π

Zadanie 15.85. [matura, lipiec 2020, zadanie 21. (1 pkt)]

Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym wysokość jest dwa razy dłuższa od krawędzi podstawy, jest równa 144. Długość krawędzi podstawy tego ostrosłupa jest równa

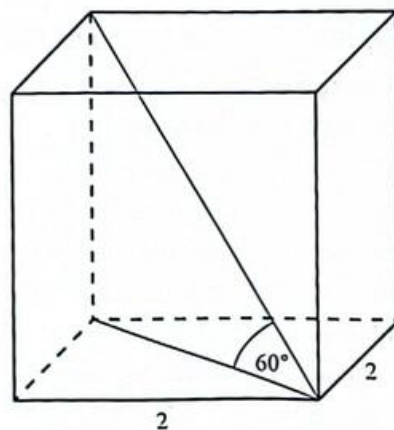
- A. 18 B. 36 C. 3 D. 6

Zadanie 15.86. [matura, lipiec 2020, zadanie 22. (1 pkt)]

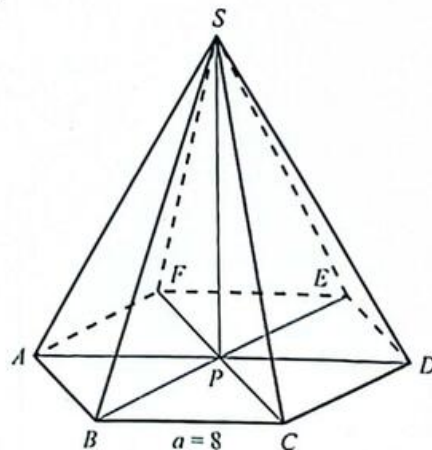
Podstawą graniastoslupa prawidłowego jest kwadrat o boku 2. Przekątna graniastoslupa tworzy z jego podstawą kąt o mierze 60° (zobacz rysunek).

Wysokość tego graniastoslupa jest równa

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $4\sqrt{2}$
C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$ D. $2\sqrt{6}$

**Zadanie 15.87.** [matura, lipiec 2020, zadanie 34. (5 pkt)]

W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym $ABCDEF S$, którego krawędź podstawy a ma długość 8 (zobacz rysunek), ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 60^\circ$. Oblicz cosinus kąta między krawędzią boczną a płaszczyzną podstawy tego ostrosłupa.



Zadanie 15.88. [matura, czerwiec 2020, zadanie 25. (1 pkt)]

Graniastosłup prawidłowy ma 36 krawędzi. Długość każdej z tych krawędzi jest równa 4. Pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa jest równe

- A. 176 B. 192 C. 224 D. 288

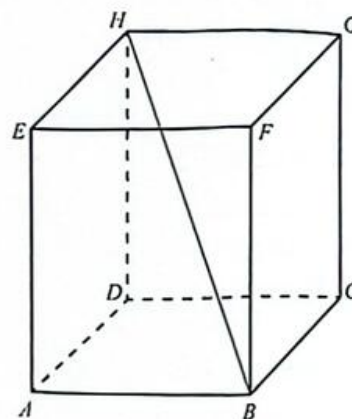
Zadanie 15.89. [matura, czerwiec 2020, zadanie 26. (1 pkt)]

Wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest 2 razy dłuższa od krawędzi jego podstawy. Stosunek pola powierzchni bocznej tego ostrosłupa do pola jego podstawy jest równy

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Zadanie 15.90. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 43.]

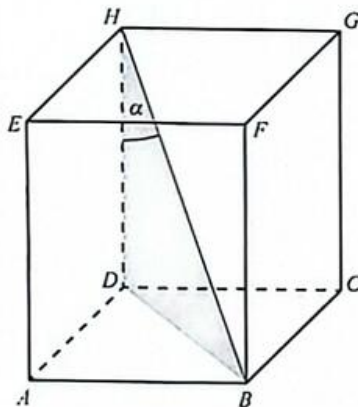
Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$, w którym prostokąty $ABCD$ i $EFGH$ są jego podstawami. Odcinek BH jest przekątną tego prostopadłościanu.

**Zadanie 15.90.1.** [zadanie 43.1. (1 pkt)]

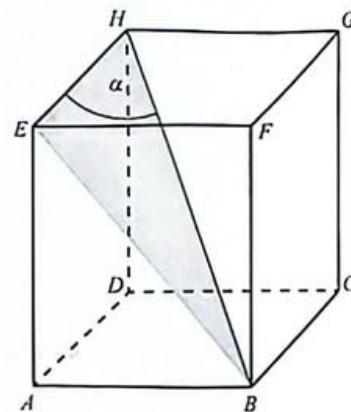
Na którym rysunku prawidłowo narysowano, oznaczono i podpisano kąt α pomiędzy przekątną BH prostopadłościanu a jego ścianą boczną $ADHE$?

Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

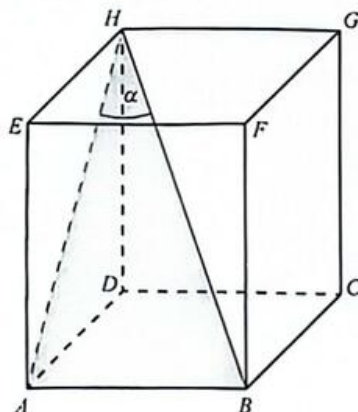
- A. $\alpha = \angle BHD$



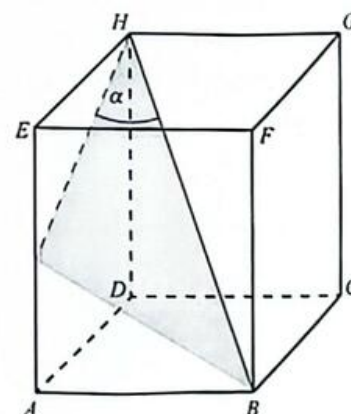
- B. $\alpha = \angle BHE$



- C. $\alpha = \angle BHA$



- D. $\alpha = \angle BHK$



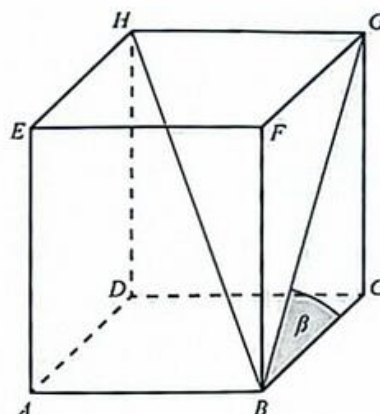
Zadanie 15.90.2. [zadanie 43.2. (4 pkt)]

W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ dane są:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{9}{7}, \quad |BG| = 2 \cdot \sqrt{130} \quad |BH| = 2 \cdot \sqrt{194}$$

gdzie odcinek BH jest przekątną prostopadłościanu, odcinek BG jest przekątną ściany bocznej $BCGF$, β jest miarą kąta GBC . Sytuację ilustruje rysunek obok.

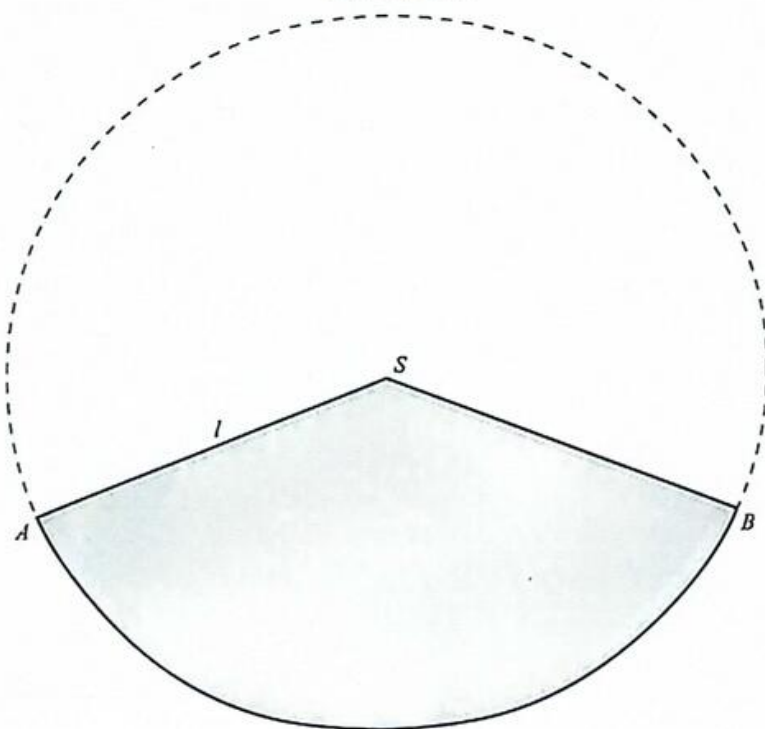
Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu $ABCDEFGH$.

**Zadanie 15.91.** [informator maturalny CKE 2021, zadanie 45.]

Hania zaprojektowała i wykonała czapeczkę na bal urodzinowy młodszego brata. Czapeczka miała kształt powierzchni bocznej stożka o średnicy podstawy $d = 20$ cm, wysokości $H = 25$ cm i tworzącej l . Żeby wykonać czapeczkę, Hania najpierw narysowała na kartonie figurę płaską ABS o kształcie wycinka koła o promieniu l i środku S (zobacz rysunek 1.). Następnie wycięła tę figurę z kartonu, odpowiednio ją wymodelowała i sklepiła odcinek SB z odcinkiem SA (zobacz rysunek 2.).

Do obliczeń przyjmij, że rzeczywiste figury są idealne.

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Zadanie 15.91.1. [zadanie 45.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt rozwarcia stożka, którego powierzchnią boczną jest czapeczka, ma miarę (w zaokrągleniu do 1°)

- A. 44° B. 136° C. 22° D. 68°

Wskazówka: skorzystaj z tablic wartości funkcji trygonometrycznych.

Zadanie 15.91.2. [zadanie 45.2. (3 pkt)]

Oblicz miarę kąta $\angle BSA$ wycinka koła, z którego powstała powierzchnia boczna stożka opisanego we wstępie do zadania. Miarę kąta $\angle BSA$ podaj w zaokrągleniu do jednego stopnia.

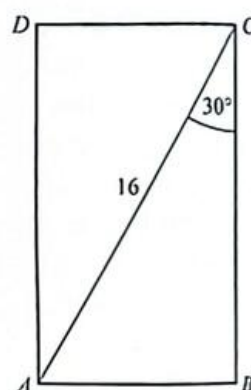
Zadanie 15.92. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 25. (1 pkt)]

Powierznię boczna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego rozcięto wzdłuż krawędzi bocznej graniastosłupa i rozłożono na płaszczyźnie. Otrzymano w ten sposób prostokąt $ABCD$, w którym bok BC odpowiada krawędzi rozcięcia (wysokości graniastosłupa). Przekątna AC tego prostokąta ma długość 16 i tworzy z bokiem BC kąt o mierze 30° (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość krawędzi podstawy tego graniastosłupa jest równa

- A. 8 B. $8\sqrt{3}$
C. $2\sqrt{3}$ D. 2

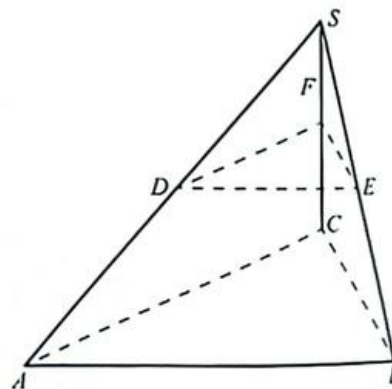
**Zadanie 15.93.** [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 26. (1 pkt)]

Dany jest ostrosłup prawidłowy trójkątny $ABCS$ o podstawie ABC . Punkty D , E i F są środkami – odpowiednio – krawędzi bocznych AS , BS i CS (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Stosunek objętości ostrosłupa $DEFS$ do objętości ostrosłupa $ABCS$ jest równy

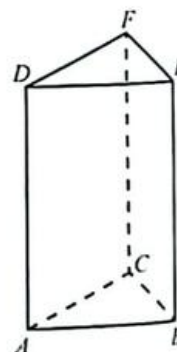
- A. 3 : 4 B. 1 : 4
C. 1 : 8 D. 3 : 8

**Zadanie 15.94.** [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 27. (1 pkt)]

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ (zobacz rysunek obok).

Na którym z rysunków prawidłowo narysowano, oznaczono i podpisano kąt α pomiędzy ścianą boczną $ACFD$ i przekątną AE ściany bocznej $ABED$ tego graniastosłupa?

Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

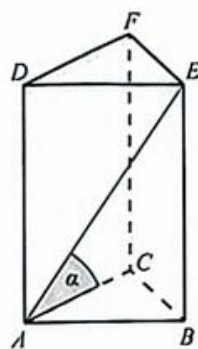
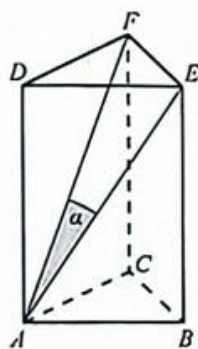
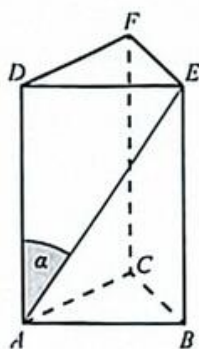
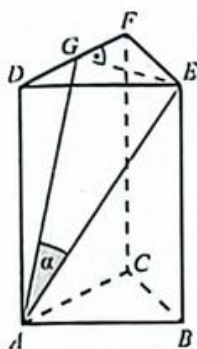


A. $\alpha = \angle EAG$

B. $\alpha = \angle EAD$

C. $\alpha = \angle EAF$

D. $\alpha = \angle EAC$



Zadanie 15.95. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 25. (3 pkt)]

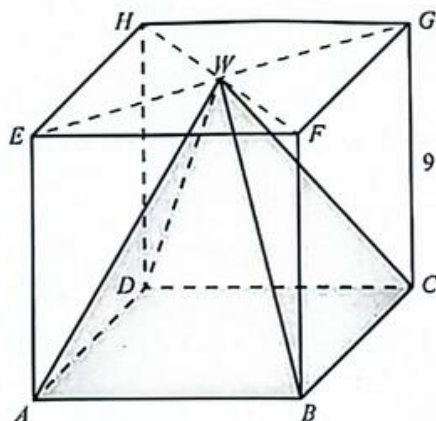
Każda z krawędzi podstawy trójkątnej ostrosłupa ma długość $10\sqrt{3}$, a każda jego krawędź boczna ma długość 15.

Oblicz wysokość tego ostrosłupa.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 15.96. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 30.]

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 9. Wierzchołki podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W , który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDW$ (zobacz rysunek).



Zadanie 15.96.1. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 30.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość V ostrosłupa $ABCDW$ jest równa

A. 243

B. 364,5

C. 489

D. 729

Zadanie 15.96.2. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 30.2. (2 pkt)]

Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 15.97. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 31. (1 pkt)]

Dany jest sześcian $\mathcal{F}$ o krawędzi długości a i objętości V oraz sześcian $\mathcal{G}$ o krawędzi długości $3a$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość sześcianu $\mathcal{G}$ jest równa

A. $3V$

B. $9V$

C. $18V$

D. $27V$

Zadanie 15.98. [matura, maj 2023, zadanie 25. (1 pkt)]

Dany jest graniastosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość 15. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim,

że $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

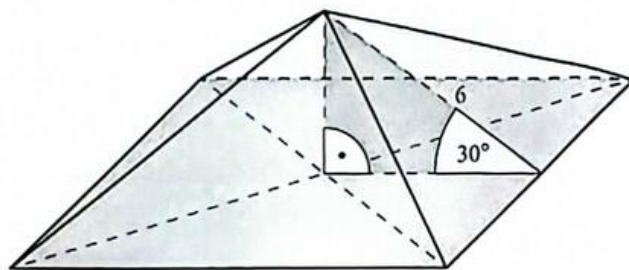
Długość przekątnej tego graniastosłupa jest równa

- A. $15\sqrt{2}$ B. 45 C. $5\sqrt{2}$ D. 10

Zadanie 15.99. [matura, maj 2023, zadanie 26. (4 pkt)]

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).

Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

**Zadanie 15.100.** [matura, maj 2023, zadanie 27. (1 pkt)]

W pewnym ostrosłupie prawidłowym stosunek liczby W wszystkich wierzchołków do liczby K

wszystkich krawędzi jest równy $\frac{W}{K} = \frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Podstawą tego ostrosłupa jest

- A. kwadrat. B. pięciokąt foremny.
C. sześciokąt foremny. D. siedmiokąt foremny.

Zadanie 15.101. [matura, czerwiec 2023, zadanie 29.]

Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku 6. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 12 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.

Zadanie 15.101.1. [matura, czerwiec 2023, zadanie 29.1. (1 pkt)]

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią wartość liczbową w wykropkowanym miejscu.

Objętość tego ostrosłupa jest równa

Zadanie 15.101.2. [matura, czerwiec 2023, zadanie 29.2. (1 pkt)]

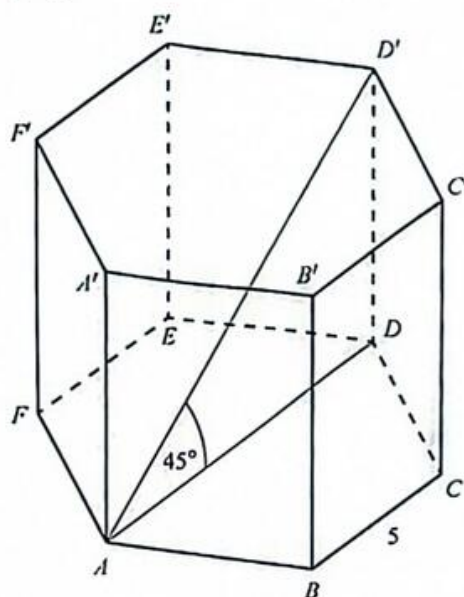
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Tangens kąta nachylenia najdłuższej krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy jest równy

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Zadanie 15.102. [matura, czerwiec 2023, zadanie 30. (1 pkt)]

Dany jest graniastosłup prawidłowy sześciokątny $ABCDEF A' B' C' D' E' F'$, w którym krawędź podstawy ma długość 5. Przekątna AD' tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 45° (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

- A. 12,5 B. 25
C. 50 D. 100

Zadanie 15.103. [matura, sierpień 2023, zadanie 29.]

Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 6.

Zadanie 15.103.1. [matura, sierpień 2023, zadanie 29.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

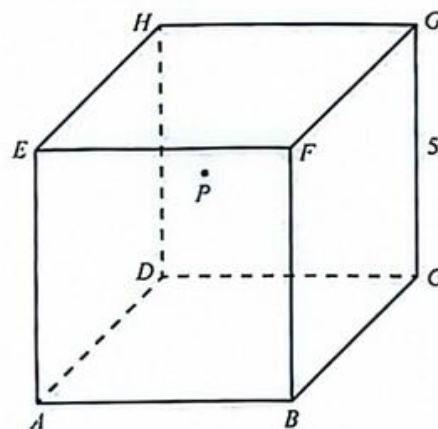
- A. $216 + 18\sqrt{3}$ B. $216 + 54\sqrt{3}$ C. $216 + 216\sqrt{3}$ D. $216 + 108\sqrt{3}$

Zadanie 15.103.2. [matura, sierpień 2023, zadanie 29.2. (1 pkt)]

Oblicz cosinus kąta nachylenia dłuższej przekątnej tego graniastosłupa do płaszczyzny podstawy graniastosłupa. Zapisz obliczenia.

Zadanie 15.104. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 25. (1 pkt)]

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 5. Wewnątrz sześcianu znajduje się punkt P (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

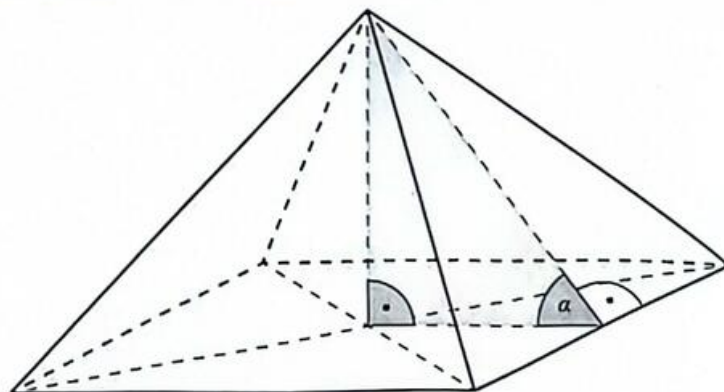
Suma odległości punktu P od wszystkich ścian sześcianu $ABCDEFGH$ jest równa

- A. 15 B. 20
C. 25 D. 30

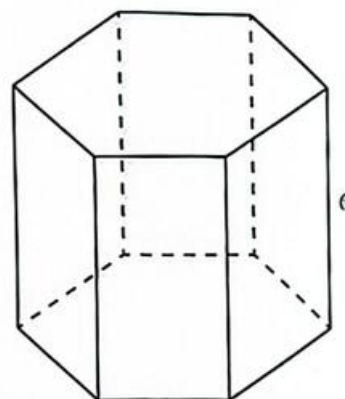
Zadanie 15.105. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 26. (3 pkt)]

Objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 384. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa tworzy z płaszczyzną podstawy kąt o mierze α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}$ (zobacz rysunek).

Oblicz wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

**Zadanie 15.106.** [matura, maj 2024, zadanie 25.]

Wysokość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa 6 (zobacz rysunek). Pole podstawy tego graniastosłupa jest równe $15\sqrt{3}$.

**Zadanie 15.106.1.** [matura, maj 2024, zadanie 25.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

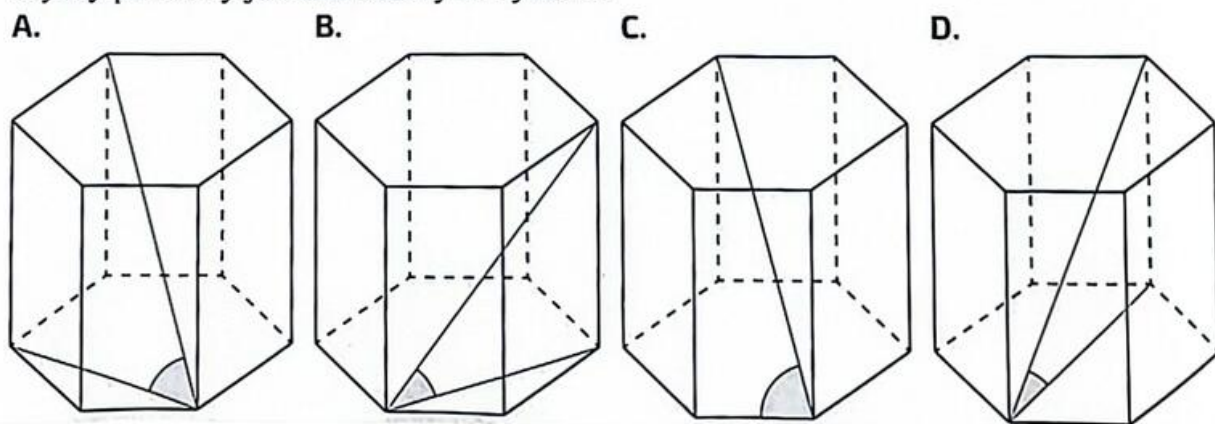
Pole jednej ściany bocznej tego graniastosłupa jest równe

- A. $36\sqrt{10}$ B. 60
C. $6\sqrt{10}$ D. 360

Zadanie 15.106.2. [matura, maj 2024, zadanie 25.2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Kąt nachylenia najdłuższej przekątnej graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego do płaszczyzny podstawy jest zaznaczony na rysunku



Zadanie 15.107. [matura, maj 2024, zadanie 26. (1 pkt)]

Ostrosłup F_1 jest podobny do ostrosłupa F_2 .

Objętość ostrosłupa F_1 jest równa 64.

Objętość ostrosłupa F_2 jest równa 512.

Uzupełnij poniższe zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu tak, aby zdanie było prawdziwe.

Stosunek pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_2 do pola powierzchni całkowitej ostrosłupa F_1 jest równy

Zadanie 15.108. [matura, czerwiec 2024, zadanie 25. (1 pkt)]

Ostrosłup prawidłowy ma 2024 ściany boczne.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich krawędzi tego ostrosłupa jest równa

A. 2025

B. 2026

C. 4048

D. 4052

Zadanie 15.109. [matura, czerwiec 2024, zadanie 26. (1 pkt)]

Przekątna ściany sześcianu ma długość $2\sqrt{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Objętość tego sześcianu jest równa

A. 8

B. 24

C. $\frac{16\sqrt{6}}{9}$

D. $16\sqrt{2}$

Zadanie 15.110. [matura, czerwiec 2024, zadanie 27. (1 pkt)]

Podstawą graniastosłupa prawidłowego czworokątnego jest kwadrat o boku długości 4. Przekątna tego graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\operatorname{tg} \alpha = 2$ (zobacz rysunek).

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

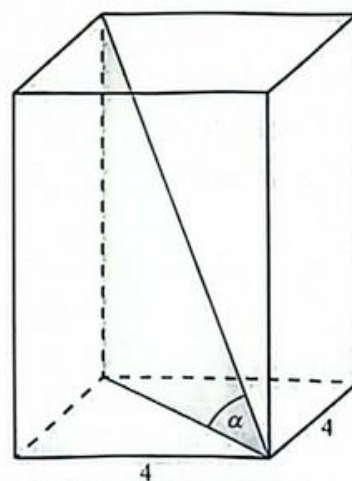
Wysokość tego graniastosłupa jest równa

A. 2

B. 8

C. $8\sqrt{2}$

D. $16\sqrt{2}$



16. Geometria analityczna

Zadanie 16.1. [matura, maj 2010, zadanie 21. (1 pkt)]

Wskaż równanie okręgu o promieniu 6.

- A. $x^2 + y^2 = 3$ B. $x^2 + y^2 = 6$ C. $x^2 + y^2 = 12$ D. $x^2 + y^2 = 36$

Zadanie 16.2. [matura, maj 2010, zadanie 22. (1 pkt)]Punkty $A = (-5, 2)$ i $B = (3, -2)$ są wierzchołkami trójkąta równobocznego ABC . Obwód tego trójkąta jest równy

- A. 30 B. $4\sqrt{5}$ C. $12\sqrt{5}$ D. 36

Zadanie 16.3. [matura, sierpień 2010, zadanie 20. (1 pkt)]Punkty $A = (-1, 3)$ i $C = (-5, 5)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Pole tego kwadratu jest równe

- A. 10 B. 25 C. 50 D. 100

Zadanie 16.4. [matura, sierpień 2010, zadanie 30. (2 pkt)]Wykaż, że trójkąt o wierzchołkach $A = (3, 8)$, $B = (1, 2)$ i $C = (6, 7)$ jest prostokątny. **Zadanie 16.5.** [matura, maj 2011, zadanie 19. (1 pkt)]Styczną do okręgu $(x-1)^2 + y^2 - 4 = 0$ jest prosta o równaniu

- A. $x = 1$ B. $x = 3$ C. $y = 0$ D. $y = 4$

 **Zadanie 16.6.** [matura, maj 2011, zadanie 31. (4 pkt)]Okrąg o środku w punkcie $S = (3, 7)$ jest styczny do prostej o równaniu $y = 2x - 3$. Oblicz współrzędne punktu styczności. **Zadanie 16.7.** [matura, czerwiec 2011, zadanie 33. (4 pkt)]Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkt $A = (1, 8)$ i stycznego do obu osi układu współrzędnych. Rozważ wszystkie przypadki.**Zadanie 16.8.** [matura, maj 2012, zadanie 22. (1 pkt)]Punkt A ma współrzędne $(5, 2012)$. Punkt B jest symetryczny do punktu A względem osi Ox , a punkt C jest symetryczny do punktu B względem osi Oy . Punkt C ma współrzędne

- A. $(-5, -2012)$ B. $(-2012, -5)$ C. $(-5, 2012)$ D. $(-2012, 5)$

Zadanie 16.9. [matura, maj 2012, zadanie 23. (1 pkt)]Na okręgu o równaniu $(x-2)^2 + (y+7)^2 = 4$ leży punkt

- A. $A = (-2, 5)$ B. $B = (2, -5)$ C. $C = (2, -7)$ D. $A = (7, -2)$

✂ **Zadanie 16.10.** [matura, maj 2012, zadanie 29. (2 pkt)]

Wyznacz równanie symetralnej odcinka o końcach $A = (-2, 2)$ i $B = (2, 10)$

Zadanie 16.11. [matura, czerwiec 2012, zadanie 19. (1 pkt)]

Punkt $S = (2, 7)$ jest środkiem odcinka AB , w którym $A = (-1, 3)$. Punkt B ma współrzędne:

- A. $B = (5, 11)$ B. $B = \left(\frac{1}{2}, 2\right)$ C. $B = \left(-\frac{3}{2}, -5\right)$ D. $B = (3, 11)$

✂ **Zadanie 16.12.** [matura, czerwiec 2012, zadanie 32. (4 pkt)]

Punkty $A = (2, 11)$, $B = (8, 23)$, $C = (6, 14)$ są wierzchołkami trójkąta. Wysokość trójkąta poprowadzona z wierzchołka C przecina prostą AB w punkcie D . Oblicz współrzędne punktu D .

Zadanie 16.13. [matura, sierpień 2012, zadanie 32. (4 pkt)]

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$ oraz $A = (2, 1)$ i $C = (1, 9)$.

Podstawa AB tego trójkąta jest zawarta w prostej $y = \frac{1}{2}x$. Oblicz współrzędne wierzchołka B .

Zadanie 16.14. [matura, maj 2013, zadanie 19. (1 pkt)]

Odległość między środkami okręgów o równaniach $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ oraz $x^2 + y^2 = 10$ jest równa

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{10} - 3$ C. 3 D. 5

✂ **Zadanie 16.15.** [matura, czerwiec 2013, zadanie 34. (5 pkt)]

Wierzchołki trapezu $ABCD$ mają współrzędne: $A = (-1, -5)$, $B = (5, 1)$, $C = (1, 3)$, $D = (-2, 0)$. Napisz równanie okręgu, który jest styczny do podstawy AB tego trapezu, a jego środek jest punktem przecięcia się prostych zawierających ramiona AD oraz BC trapezu $ABCD$.

Zadanie 16.16. [matura, sierpień 2013, zadanie 33. (4 pkt)]

Punkty $A = (-1, -5)$, $B = (3, -1)$, $C = (2, 4)$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Oblicz pole tego równoległoboku.

✂ **Zadanie 16.17.** [matura, maj 2014, zadanie 15. (1 pkt)]

Liczba punktów wspólnych okręgu o równaniu $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$ z osiami układu współrzędnych jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Zadanie 16.18. [matura, czerwiec 2014, zadanie 23. (1 pkt)]

Punkty $M = (2, 0)$ i $N = (0, -2)$ są punktami styczności okręgu z osiami układu współrzędnych. Które z poniższych równań opisuje ten okrąg?

- A. $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ B. $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$
 C. $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 4$ D. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$

Zadanie 16.19. [matura, czerwiec 2014, zadanie 34. (4 pkt)]

Podstawą trójkąta równoramiennego ABC jest bok AB , gdzie $A = (2, 1)$ i $B = (5, 2)$. Ramię tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $2x - y - 3 = 0$. Oblicz współrzędne wierzchołka C .

Zadanie 16.20. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 9. (1 pkt)]

Na płaszczyźnie dane są punkty: $A = (\sqrt{2}, \sqrt{6})$, $B = (0, 0)$ i $C = (\sqrt{2}, 0)$. Kąt BAC jest równy

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75°

Zadanie 16.21. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 14. (1 pkt)]

Punkty $A = (-6 - 2\sqrt{2}, 4 - 2\sqrt{2})$, $B = (2 + 4\sqrt{2}, -6\sqrt{2})$, $C = (2 + 6\sqrt{2}, 6 - 2\sqrt{2})$ są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Przekątne tego równoległoboku przecinają się w punkcie

- A. $S = (-1 + 4\sqrt{2}, 5 - 5\sqrt{2})$ B. $S = (-2 + \sqrt{2}, 2 - 4\sqrt{2})$
 C. $S = (2 + 5\sqrt{2}, 3 - 4\sqrt{2})$ D. $S = (-2 + 2\sqrt{2}, 5 - 2\sqrt{2})$

Zadanie 16.22. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 32. (4 pkt)]

Punkty $A = (3, 3)$ i $B = (9, 1)$ są wierzchołkami trójkąta ABC , a punkt $M = (1, 6)$ jest środkiem boku AC . Oblicz współrzędne punktu przecięcia prostej AB z wysokością tego trójkąta, poprowadzoną z wierzchołka C .

Zadanie 16.23. [matura, maj 2015, zadanie 20. (1 pkt)]

Dane są punkty $M = (-2, 1)$ i $N = (-1, 3)$. Punkt K jest środkiem odcinka MN . Obrazem punktu K w symetrii względem początku układu współrzędnych jest punkt

- A. $K' = \left(2, -\frac{3}{2}\right)$ B. $K' = \left(2, \frac{3}{2}\right)$ C. $K' = \left(\frac{3}{2}, 2\right)$ D. $K' = \left(\frac{3}{2}, -2\right)$.

Zadanie 16.24. [matura, maj 2015, zadanie 30. (2 pkt)]

W układzie współrzędnych są dane punkty $A = (-43, -12)$ i $B = (50, 19)$. Prosta AB przecina oś Ox w punkcie P . Oblicz pierwszą współrzędną punktu P .

Zadanie 16.25. [matura, maj 2015, zadanie 20. (1 pkt)]

Punkt $K = (-4, 4)$ jest końcem odcinka KL , punkt L leży na osi Ox , a środek S tego odcinka leży na osi Oy . Wynika stąd, że

- A. $S = (0, 2)$ B. $S = (-2, 0)$ C. $S = (4, 0)$ D. $S = (0, 4)$

Zadanie 16.26. [matura, maj 2015, zadanie 21. (1 pkt)]

Okrąg przedstawiony na rysunku ma środek w punkcie $O = (3, 1)$ i przechodzi przez punkty $S = (0, 4)$

i $T = (0, -2)$.

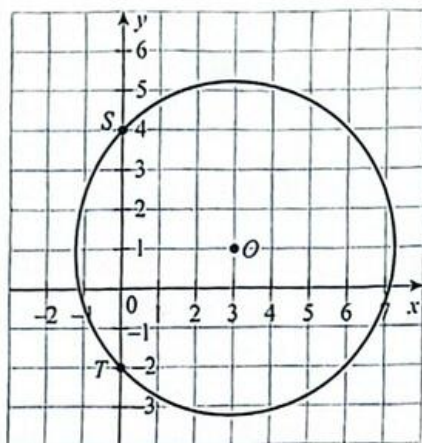
Okrąg ten jest opisany przez równanie

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 18$

B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 18$

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 18$

D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 18$

**Zadanie 16.27.** [matura, czerwiec 2015, zadanie 33. (4 pkt)]

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$.

Ponadto wiadomo, że $A = (-2, 4)$ i $B = (6, -2)$. Wierzchołek C należy do osi Oy . Oblicz współrzędne wierzchołka C .

Zadanie 16.28. [matura, czerwiec 2015, zadanie 18. (1 pkt)]

Suma odległości punktu $A = (-2, 4)$ od prostych o równaniach $x = 3$ i $y = -1$ jest równa

A. 10

B. 9

C. 8

D. 7

Zadanie 16.29. [matura, sierpień 2015, zadanie 32. (4 pkt)]

Wyznacz równanie osi symetrii trójkąta o wierzchołkach $A = (-2, 2)$, $B = (6, -2)$, $C = (10, 6)$.

Zadanie 16.30. [matura, maj 2016, zadanie 21. (1 pkt)]

W układzie współrzędnych dane są punkty $A = (a, 6)$ oraz $B = (7, b)$. Środkiem odcinka AB jest punkt $M = (3, 4)$. Wynika stąd, że

A. $a = 5$ i $b = 5$

B. $a = -1$ i $b = 2$

C. $a = 4$ i $b = 10$

D. $a = -4$ i $b = -2$

Zadanie 16.31. [matura, czerwiec 2016, zadanie 17. (1 pkt)]

Prosta określona wzorem $y = ax + 1$ jest symetralną odcinka AB , gdzie $A = (-3, 2)$ i $B = (1, 4)$. Wynika stąd, że

A. $a = -\frac{1}{2}$

B. $a = \frac{1}{2}$

C. $a = -2$

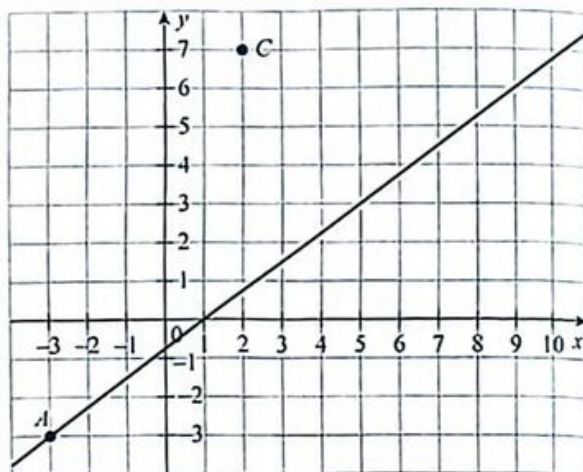
D. $a = 2$

Zadanie 16.32. [matura, czerwiec 2016, zadanie 27. (2 pkt)]

Dane są proste o równaniach $y = x + 2$ oraz $y = -3x + b$, które przecinają się w punkcie leżącym na osi Oy układu współrzędnych. Oblicz pole trójkąta, którego dwa boki zawierają się w danych prostych, a trzeci jest zawarty w osi Ox .

Zadanie 16.33. [matura, sierpień 2016, zadanie 32. (4 pkt)]

Na rysunku przedstawione są dwa wierzchołki trójkąta prostokątnego ABC : $A = (-3, -3)$ i $C = (2, 7)$ oraz prosta o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$, zawierająca przeciwprostokątną AB tego trójkąta.



Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta i długość odcinka AB .

Zadanie 16.34. [matura, maj 2017, zadanie 20. (1 pkt)]

Dany jest okrąg o środku $S = (2, 3)$ i promieniu $r = 5$. Który z podanych punktów leży na tym okręgu?

- A. $A = (-1, 7)$ B. $B = (2, -3)$ C. $C = (3, 2)$ D. $D = (5, 3)$.

Zadanie 16.35. [matura, maj 2017, zadanie 32. (5 pkt)]

Dane są punkty $A = (-4, 0)$ i $M = (2, 9)$ oraz prosta k o równaniu $y = -2x + 10$. Wierzchołek B trójkąta ABC to punkt przecięcia prostej k z osią Ox układu współrzędnych, a wierzchołek C jest punktem przecięcia prostej k z prostą AM . Oblicz pole trójkąta ABC .

Zadanie 16.36. [matura, czerwiec 2017, zadanie 19. (1 pkt)]

Punkty $A = (-21, 11)$ i $B = (3, 17)$ są końcami odcinka AB . Obrazem tego odcinka w symetrii względem osi Ox układu współrzędnych jest odcinek $A'B'$. Środkiem odcinka $A'B'$ jest punkt o współrzędnych

- A. $(-9, -14)$ B. $(-9, 14)$ C. $(9, -14)$ D. $(9, 14)$.

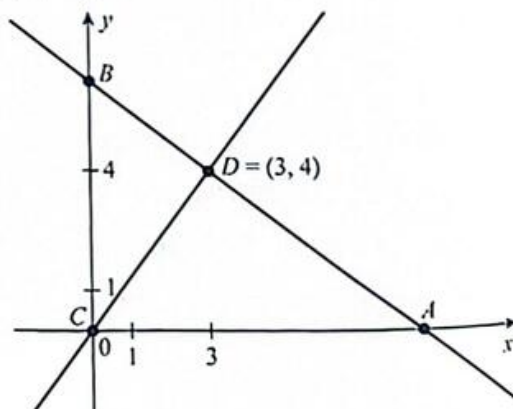
Zadanie 16.37. [matura, czerwiec 2017, zadanie 33. (4 pkt)]

Punkty $A = (-2, -8)$ i $B = (14, -8)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AB| = |AC|$. Wysokość AD tego trójkąta jest zawarta w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x - 7$. Oblicz współrzędne wierzchołka C tego trójkąta.

Zadanie 16.38. [matura, sierpień 2017, zadanie 33. (4 pkt)]

Punkt $C = (0, 0)$ jest wierzchołkiem trójkąta prostokątnego ABC , którego wierzchołek A leży na osi Ox , a wierzchołek B na osi Oy układu współrzędnych. Prosta zawierająca wysokość tego trójkąta opuszczoną z wierzchołka C przecina przeciwprostokątną AB w punkcie $D = (3, 4)$.

Oblicz współrzędne wierzchołków A i B tego trójkąta oraz długość przeciwprostokątnej AB .



Zadanie 16.39 [matura, maj 2018, zadanie 18. (1 pkt)]

Punkt $K = (2, 2)$ jest wierzchołkiem trójkąta równoramiennego KLM , w którym $|KM| = |LM|$. Odcinek MN jest wysokością trójkąta i $N = (4, 3)$. Zatem

- A. $L = (5, 3)$ B. $L = (6, 4)$ C. $L = (3, 5)$ D. $L = (4, 6)$

Zadanie 16.40. [matura, maj 2018, zadanie 32. (5 pkt)]

W układzie współrzędnych punkty $A = (4, 3)$ i $B = (10, 5)$ są wierzchołkami trójkąta ABC . Wierzchołek C leży na prostej o równaniu $y = 2x + 3$. Oblicz współrzędne punktu C , dla którego kąt ABC jest prosty.

Zadanie 16.41. [matura, czerwiec 2018, zadanie 17. (1 pkt)]

Okrąg o środku $S_1 = (2, 1)$ i promieniu r oraz okrąg o środku $S_2 = (5, 5)$ i promieniu 4 są styczne zewnętrznie. Wtedy

- A. $r = 1$ B. $r = 2$ C. $r = 3$ D. $r = 4$

Zadanie 16.42. [matura, czerwiec 2018, zadanie 34. (4 pkt)]

Punkty $A = (-1, 1)$ i $C = (1, 9)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Podstawa AB tego trójkąta zawiera się w prostej o równaniu $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Oblicz współrzędne wierzchołka B tego trójkąta.

Zadanie 16.43. [matura, maj 2019, zadanie 20. (1 pkt)]

Dane są punkty o współrzędnych $A = (-2, 5)$ oraz $B = (4, -1)$. Średnica okręgu wpisanego w kwadrat o boku AB jest równa

- A. 12 B. 6 C. $6\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$

Zadanie 16.44. [matura, maj 2019, zadanie 33. (4 pkt)]

Dany jest punkt $A = (-18, 10)$. Prosta o równaniu $y = 3x$ jest symetralną odcinka AB . Wyznacz współrzędne punktu B .

Zadanie 16.45. [matura, czerwiec 2019, zadanie 15. (1 pkt)]

Pole trójkąta ABC o wierzchołkach $A = (0, 0)$, $B = (4, 2)$, $C = (2, 6)$ jest równe.

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

Zadanie 16.46. [matura, czerwiec 2019, zadanie 17. (1 pkt)]

W układzie współrzędnych na płaszczyźnie dany jest odcinek AB o końcach w punktach $A = (7, 4)$ i $B = (11, 12)$. Punkt S leży wewnątrz odcinka AB oraz $|AS| = 3 \cdot |BS|$. Wówczas

- A. $S = (8, 6)$ B. $S = (9, 8)$ C. $S = (10, 10)$ D. $S = (13, 16)$

Zadanie 16.59. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 17. (1 pkt)]

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dany jest okrąg o środku $S = (2, -5)$ i promieniu $r = 3$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie tego okręgu ma postać

A. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 9$.

B. $(x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 3$.

C. $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 3$.

D. $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$.

Zadanie 16.60. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 20. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dany jest kwadrat $ABCD$. Wierzchołki $A = (-2, 1)$ i $C = (4, 5)$ są końcami przekątnej tego kwadratu.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej kwadratu $ABCD$ jest równa

A. 10

B. $2\sqrt{13}$

C. $2\sqrt{10}$

D. 8

Zadanie 16.61. [test diagnostyczny CKE; wrzesień 2022, zadanie 11. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są: punkt $A = (8, 11)$ oraz okrąg o równaniu $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 25$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Odległość punktu A od środka tego okręgu jest równa

A. 25

B. 13

C. $\sqrt{125}$

D. $\sqrt{265}$

Zadanie 16.62. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 27. (1 pkt)]

Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dany jest okrąg O o równaniu

$$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg O przecina oś Oy w punktach o współrzędnych

A. $(0, 1)$ i $(0, 5)$

B. $(0, 1)$ i $(0, -5)$

C. $(1, 0)$ i $(5, 0)$

D. $(0, -1)$ i $(0, 5)$

Zadanie 16.63. [matura, czerwiec 2023, zadanie 27. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) punkty $A = (-1, 5)$ oraz $C = (3, -3)$ są przeciwległymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Pole kwadratu $ABCD$ jest równe

A. $8\sqrt{10}$

B. $16\sqrt{5}$

C. 40

D. 80

Zadanie 16.64. [matura, czerwiec 2023, zadanie 28. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkty $A = (1, 7)$ oraz $P = (3, 1)$.

Punkt P dzieli odcinek AB tak, że $|AP| : |PB| = 1 : 3$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Punkt B ma współrzędne

- A. $(9, -5)$ B. $(9, -17)$ C. $(7, -11)$ D. $(5, -5)$

Zadanie 16.65. [matura, sierpień 2023, zadanie 28. (1 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkty $A = (-1, -4)$ jest wierzchołkiem równoległoboku $ABCD$. Punkt $S = (2, 2)$ jest środkiem symetrii tego równoległoboku. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość przekątnej AC równoległoboku $ABCD$ jest równa

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $3\sqrt{5}$ D. $6\sqrt{5}$

Zadanie 16.66. [matura, maj 2024, zadanie 24. (2 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest równoległobok $ABCD$, w którym $A = (-2, 6)$ oraz $B = (10, 2)$. Przekątne AC oraz BD tego równoległoboku przecinają się w punkcie $P = (6, 7)$. Oblicz długość boku BC tego równoległoboku. Zapisz obliczenia.

Zadanie 16.67. [matura, czerwiec 2024, zadanie 23.]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dany jest okrąg O o równaniu

$$(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$$

Zadanie 16.67.1. [matura, czerwiec 2024, zadanie 23.1. (1 pkt)]

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Wybierz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Do okręgu O należy punkt o współrzędnych $(-1, -3)$.	P	F
Promień okręgu O jest równy 5.	P	F

Zadanie 16.67.2. [matura, czerwiec 2024, zadanie 23.2. (1 pkt)]

Okrąg K jest obrazem okręgu O w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Okrąg K jest określony równaniem

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$ B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 5$
 C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$

Zadanie 16.68. [matura, czerwiec 2024, zadanie 24. (4 pkt)]

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są punkty $A = (2, 8)$ oraz $B = (10, 2)$.

Symetralna odcinka AB przecina oś Ox układu współrzędnych w punkcie P .

Oblicz współrzędne punktu P oraz długość odcinka AP . Zapisz obliczenia.

17. Statystyka

Zadanie 17.1. [matura, maj 2010, zadanie 25. (1 pkt)]

Średnia arytmetyczna dziesięciu liczb x , 3, 1, 4, 1, 5, 1, 4, 1, 5 jest równa 3. Wtedy

A. $x = 2$

B. $x = 3$

C. $x = 4$

D. $x = 5$

Zadanie 17.2. [matura, maj 2011, zadanie 23. (1 pkt)]

Uczniowie pewnej klasy zostali poproszeni o odpowiedź na pytanie: „Ile osób liczy twoja rodzina?” Wyniki przedstawiono w tabeli: Średnia liczba osób w rodzinie dla uczniów tej klasy jest równa 4. Wtedy liczba x jest równa

A. 3

B. 4

C. 5

D. 7

Liczba osób w rodzinie	Liczba uczniów
3	6
4	12
x	2

Zadanie 17.3. [matura, czerwiec 2011, zadanie 28. (2 pkt)]

Tabela przedstawia wyniki uzyskane na sprawdzianie przez uczniów klasy III.

Oceny	6	5	4	3	2	1
Liczba uczniów	1	2	6	5	4	2

Oblicz medianę i średnią arytmetyczną uzyskanych ocen.

Zadanie 17.4. [matura, maj 2012, zadanie 25. (1 pkt)]

Średnia arytmetyczna cen sześciu akcji na giełdzie jest równa 500 zł. Za pięć z tych akcji zapłacono 2300 zł. Cena szóstej akcji jest równa

A. 400 zł

B. 500 zł

C. 600 zł

D. 700 zł

Zadanie 17.5. [matura, czerwiec 2012, zadanie 20. (1 pkt)]

W kolejnych sześciu rzutach kostką otrzymano następujące wyniki: 6, 3, 1, 2, 5, 5. Mediana tych wyników jest równa:

A. 3

B. 3,5

C. 4

D. 5

Zadanie 17.6. [matura, czerwiec 2012, zadanie 26. (2 pkt)]

Średnia wieku w pewnej grupie studentów jest równa 23 lata. Średnia wieku tych studentów i ich opiekuna jest równa 24 lata. Opiekun ma 39 lat. Oblicz, ilu studentów jest w tej grupie.

Zadanie 17.7. [matura, maj 2013, zadanie 24. (1 pkt)]

Mediana uporządkowanego niemalejąco zestawu sześciu liczb: 1, 2, 3, x , 5, 8 jest równa 4. Wtedy

A. $x = 2$

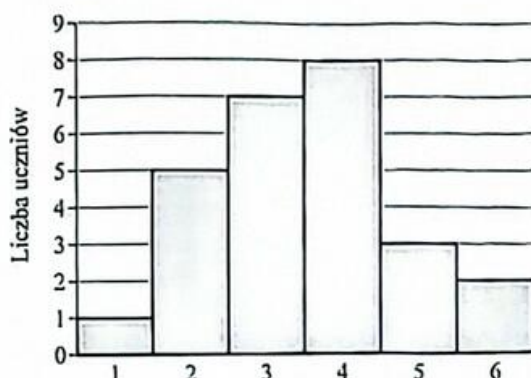
B. $x = 3$

C. $x = 4$

D. $x = 5$

Zadanie 17.8. [matura, czerwiec 2013, zadanie 22. (1 pkt)]

Wyniki sprawdzianu z matematyki są przedstawione na diagramie obok.



Średnia ocen uzyskanych przez uczniów z tego sprawdzianu jest równa

- A. 2 B. 3
C. 3,5 D. 4

Zadanie 17.9. [matura, sierpień 2013, zadanie 28. (2 pkt)]

W tabeli zestawiono oceny z matematyki uczniów klasy 3A na koniec semestru.

Oceny	1	2	3	4	5	6
Liczba ocen	0	4	9	13	x	1

Średnia arytmetyczna tych ocen jest równa 3,6. Oblicz liczbę x ocen bardzo dobrych (5) z matematyki wystawionych na koniec semestru w tej klasie.

Zadanie 17.10. [matura, maj 2014, zadanie 25. (1 pkt)]

Mediana zestawu danych 2, 12, a , 10, 5, 3 jest równa 7. Wówczas

- A. $a = 4$ B. $a = 6$ C. $a = 7$ D. $a = 9$

Zadanie 17.11. [matura, czerwiec 2014, zadanie 15. (1 pkt)]

Średnia arytmetyczna liczby punktów uzyskanych na egzaminie przez studentów I grupy, liczącej 40 studentów, jest równa 30. Dwudziestu studentów tworzących II grupę otrzymało w sumie 1800 punktów. Zatem średni wynik z tego egzaminu, liczony łącznie dla wszystkich studentów z obu grup, jest równy

- A. 20 pkt B. 30 pkt C. 50 pkt D. 60 pkt

Zadanie 17.12. [matura, maj 2015, zadanie 24. (1 pkt)]

Średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, 9 jest taka sama jak średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, 9, x . Wynika stąd, że

- A. $x = 0$ B. $x = 3$ C. $x = 5$ D. $x = 6$

Zadanie 17.13. [matura, czerwiec 2015, zadanie 23. (1 pkt)]

Średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, x jest równa n , natomiast średnia arytmetyczna zestawu danych: 2, 4, 7, 8, x , $2x$ jest równa $2n$. Wynika stąd, że

- A. $x = 49$ B. $x = 21$ C. $x = 14$ D. $x = 7$

Zadanie 17.14. [matura, maj 2016, zadanie 25. (1 pkt)]

Średnia arytmetyczna sześciu liczb naturalnych: 31, 16, 25, 29, 27, x , jest równa $\frac{x}{2}$. Mediana tych liczb jest równa

- A. 26 B. 27 C. 28 D. 29

Zadanie 17.15. [matura, maj 2016, zadanie 26. (2 pkt)]

W tabeli przedstawiono roczne przyrosty wysokości pewnej sosny w ciągu sześciu kolejnych lat.

kolejne lata	1	2	3	4	5	6
przyrost (w cm)	10	10	7	8	8	7

Oblicz średni roczny przyrost wysokości tej sosny w badanym okresie sześciu lat. Otrzymany wynik zaokrąglaj do 1 cm. Oblicz błąd względny otrzymanego przybliżenia. Podaj ten błąd w procentach.

Zadanie 17.16. [matura, sierpień 2016, zadanie 23. (1 pkt)]

Jeżeli do zestawu czterech danych: 4, 7, 8, x dołączymy liczbę 2, to średnia arytmetyczna wzrośnie o 2. Zatem

- A. $x = -51$ B. $x = -6$ C. $x = 10$ D. $x = 29$

Zadanie 17.17. [matura, maj 2018, zadanie 23. (1 pkt)]

W zestawie $\underbrace{2, 2, 2, \dots, 2}_{m \text{ liczb}}, \underbrace{4, 4, 4, \dots, 4}_{m \text{ liczb}}$ jest $2m$ liczb ($m \geq 1$), w tym m liczb 2 i m liczb 4.

Odchylenie standardowe tego zestawu liczb jest równe

- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $\sqrt{2}$

Zadanie 17.18. [matura, czerwiec 2018, zadanie 22. (1 pkt)]

Wśród 100 osób przeprowadzono ankietę, w której zadano pytanie o liczbę książek przeczytanych w ostatnim roku. Wyniki ankiety zebrano w poniższej tabeli.

Liczba książek	0	1	2	3	4	5
Liczba osób	23	14	28	17	11	7

Średnia liczba przeczytanych książek przez jedną ankietowaną osobę jest równa

- A. 0,5 B. 1 C. 2 D. 2,5

Zadanie 17.19. [matura, maj 2019, zadanie 23. (1 pkt)]

Mediana zestawu sześciu danych liczb: 4, 8, 21, a , 16, 25, jest równa 14. Zatem

- A. $a = 7$ B. $a = 12$ C. $a = 14$ D. $a = 20$

Zadanie 17.20. [matura, sierpień 2019, zadanie 23. (1 pkt)]

Średnia arytmetyczna dziesięciu liczb naturalnych 3, 10, 5, x , x , x , x , 12, 19, 7 jest równa 12. Mediana tych liczb jest równa

- A. 14 B. 12 C. 16 D. x

Zadanie 17.21. [matura, maj 2020, zadanie 23. (1 pkt)]

Cztery liczby: 2, 3, a , 8, tworzące zestaw danych, są uporządkowane rosnąco. Mediana tego zestawu czterech danych jest równa medianie zestawu pięciu danych: 5, 3, 6, 8, 2. Zatem

- A. $a = 7$ B. $a = 6$ C. $a = 5$ D. $a = 4$

Zadanie 17.22. [matura, czerwiec 2020, zadanie 24. (1 pkt)]

Wariancję zestawu czterech ocen z matematyki: 1, 3, 5, 3, jest liczba

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

Zadanie 17.23. [matura, wrzesień 2020, zadanie 5. (1 pkt)]

W zestawie 250 liczb występują jedynie liczby 4 i 2. Liczba 4 występuje 128 razy, a liczba 2 występuje 122 razy. Przyjęto przybliżenie średniej arytmetycznej zestawu tych wszystkich liczb do liczby 3. Błąd bezwzględny tego przybliżenia jest równy

- A. 0,024 B. 0,24 C. 0,0024 D. 0,00024

Zadanie 17.24. [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 28. (1 pkt)]

Liczba x jest dodatnia. Mediana zestawu czterech liczb: $1+x$, $1+2x$, $4+3x$, 1, jest równa 10. Wtedy

- A. $x = 6$ B. $x = 5,5$ C. $x = 2,5$ D. $x = 1$

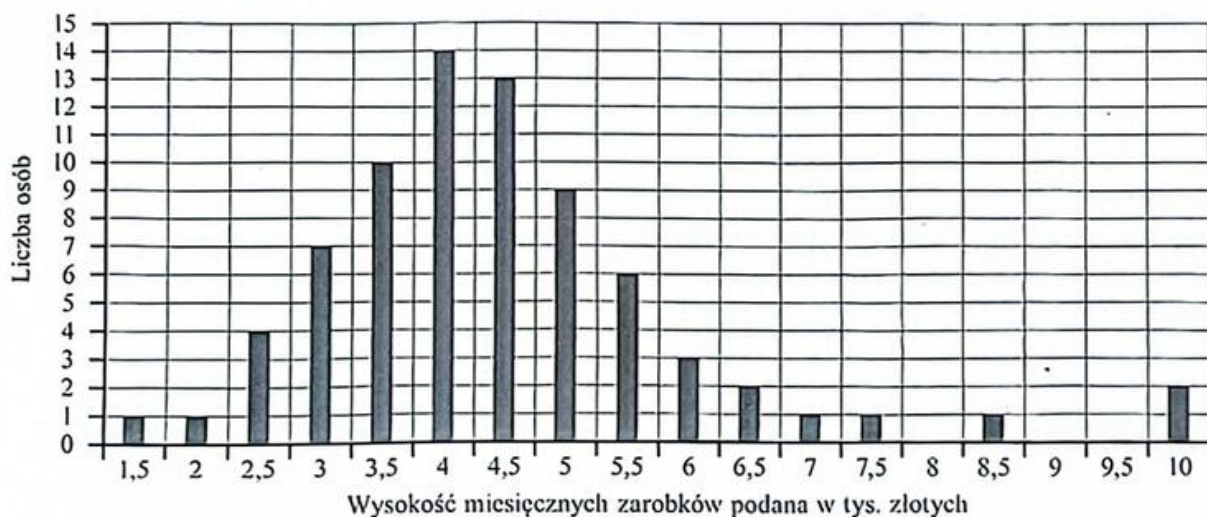
Zadanie 17.25. [matura, maj 2021, zadanie 28. (1 pkt)]

Sześciowyrazowy ciąg liczbowy $(1, 2, 2x, x+2, 5, 6)$ jest niemalejący. Mediana wyrazów tego ciągu jest równa 4. Wynika stąd, że

- A. $x = 1$ B. $x = \frac{3}{2}$ C. $x = 2$ D. $x = \frac{8}{3}$

Zadanie 17.26. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 50.]

Na wykresie słupkowym poniżej podano rozkład miesięcznych zarobków wszystkich pracowników w pewnej firmie $\mathcal{F}$. Na osi poziomej podano – wyrażone w tysiącach złotych – miesięczne wynagrodzenie netto pracowników firmy $\mathcal{F}$, a na osi pionowej przedstawiono liczbę osób, która osiąga podane zarobki.



Zadanie 17.26.1. [zadanie 50.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Dominantą miesięcznych zarobków w firmie $\mathcal{F}$ jest

A.	10 tys. zł,	ponieważ	1.	tę wartość zarobków osiąga najwięcej osób w firmie $\mathcal{F}$.
B.	4,5 tys. zł,		2.	ta wartość zarobków jest największa w firmie $\mathcal{F}$.
C.	4 tys. zł,		3.	iloczyn tej wartości zarobków i liczby osób z takimi zarobkami jest największy w firmie $\mathcal{F}$.

Zadanie 17.26.2. [zadanie 50.2. (1 pkt)]

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Medianą miesięcznych zarobków w firmie $\mathcal{F}$ jest tys. zł.

Zadanie 17.26.3. [zadanie 50.3. (2 pkt)]

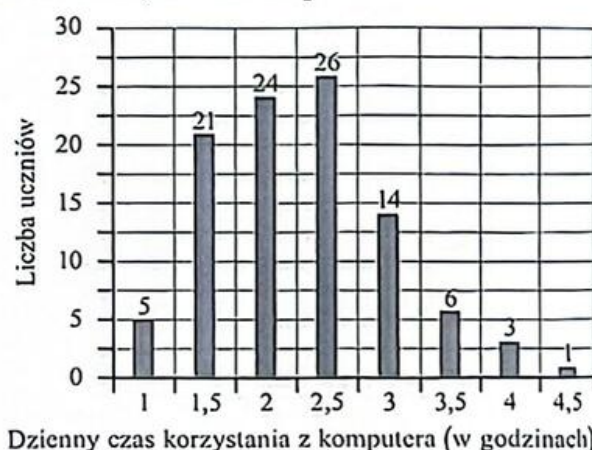
Oblicz, jaki % liczby wszystkich pracowników firmy $\mathcal{F}$ stanowią osoby zarabiające 5,5 tys. zł lub mniej.

Zadanie 17.26.4. [zadanie 50.4. (2 pkt)]

Oblicz średnią miesięcznego wynagrodzenia netto wszystkich pracowników firmy $\mathcal{F}$. Wynik podaj bez zaokrąglania.

Zadanie 17.27. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 30.]

W pewnej grupie 100 uczniów przeprowadzono sondaż dotyczący dziennego czasu korzystania z komputera. Wyniki sondażu przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażony w godzinach – dzienny czas korzystania przez ucznia z komputera. Na osi pionowej przedstawiono liczbę uczniów, którzy dziennie korzystają z komputera przez określony czas.

**Zadanie 17.27.1.** [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 30.1. (1 pkt)]

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Mediana dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa 2,25 godziny.	P	F
Połowa z tej grupy uczniów korzysta dziennie z komputera przez mniej niż 2,5 godziny.	P	F

Zadanie 17.27.2. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 30.2. (1 pkt)]

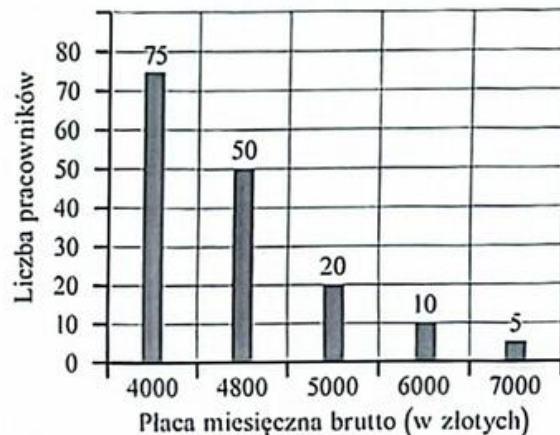
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dominanta dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa

- A. 2,25 godziny. B. 2,50 godziny. C. 2,75 godziny. D. 1,50 godziny.

Zadanie 17.28. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 24.]

Firma $\mathcal{F}$ zatrudnia 160 osób. Rozkład plac brutto pracowników tej firmy przedstawia poniższy diagram. Na osi poziomej podano – wyrażoną w złotych – miesięczną placę brutto, a na osi pionowej podano liczbę pracowników firmy $\mathcal{F}$, którzy otrzymują placę miesięczną w danej wysokości.

**Zadanie 17.28.1.** [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 24.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia miesięczna placą brutto w firmie $\mathcal{F}$ jest równa

- A. 4593,75 zł B. 4800,00 zł C. 5360,00 zł D. 2399,33 zł

Zadanie 17.28.2. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 24.2. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana miesięcznej płacy pracowników firmy $\mathcal{F}$ jest równa

- A. 4000 zł B. 4800 zł C. 5000 zł D. 5500 zł

Zadanie 17.28.3. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 24.3. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba pracowników firmy $\mathcal{F}$, których miesięczna placą brutto nie przewyższa 5000 zł, stanowi (w zaokrągleniu do 1%)

- A. 91% liczby wszystkich pracowników tej firmy.
 B. 78% liczby wszystkich pracowników tej firmy.
 C. 53% liczby wszystkich pracowników tej firmy.
 D. 22% liczby wszystkich pracowników tej firmy.

✂ Zadanie 17.29. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 33. (2 pkt)]

W eksperymencie badano kiełkowanie nasion w pięciu donicach. Na koniec eksperymentu policzono wykiełkowane nasiona w każdej z donic:

- w I donicy – 133 nasiona
- w II donicy – 140 nasion
- w III donicy – 119 nasion
- w IV donicy – 147 nasion
- w V donicy – 161 nasion.

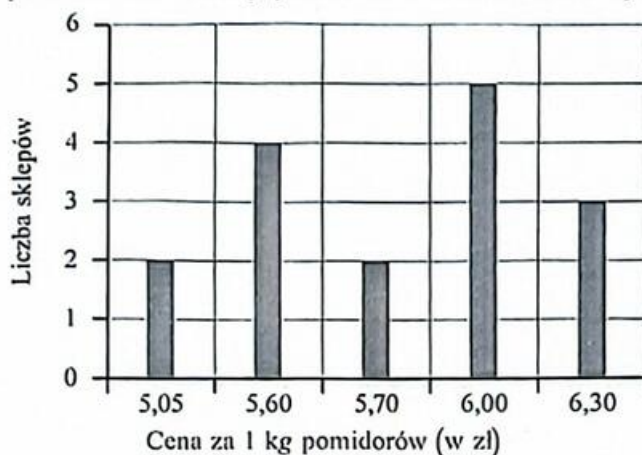
Odchylenie standardowe liczby wykiełkowanych nasion jest równe $\sigma = 14$.

Podaj numery donic, w których liczba wykiełkowanych nasion mieści się w przedziale określonym przez jedno odchylenie standardowe od średniej.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 17.30. [matura, maj 2023, zadanie 29. (2 pkt)]

Na diagramie poniżej przedstawiono ceny pomidorów w szesnastu wybranych sklepach.



Uzupełnij tabelę. Wpisz w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź, wybraną spośród oznaczonych literami A–E.

30.1.	Mediana ceny kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa	
30.2.	Średnia cena kilograma pomidorów w tych wybranych sklepach jest równa	

A. 5,80 zł

B. 5,73 zł

C. 5,85 zł

D. 6,00 zł

E. 5,70 zł

Zadanie 17.31. [matura, sierpień 2023, zadanie 32. (1 pkt)]

Na diagramie przedstawiono rozkład wynagrodzenia brutto wszystkich stu pracowników pewnej firmy za styczeń 2023 roku. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

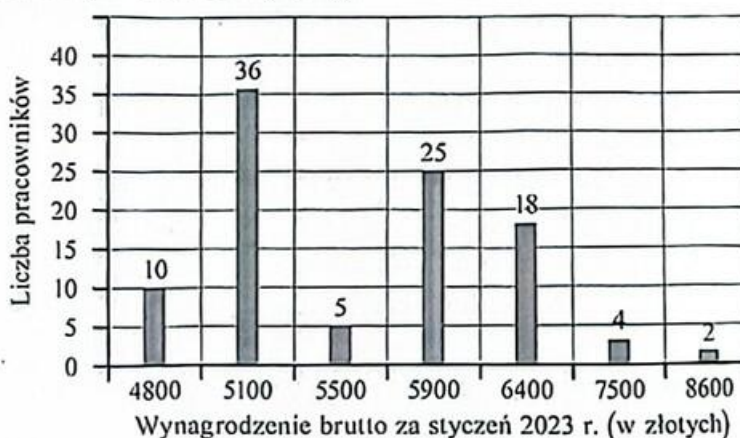
Średnia wynagrodzenia brutto wszystkich pracowników tej firmy za styczeń 2023 roku jest równa

A. 5690 zł

B. 5280 zł

C. 6257 zł

D. 5900 zł



Zadanie 17.32. [matura, maj 2024, zadanie 28. (1 pkt)]

Średnia arytmetyczna trzech liczb: a , b , c , jest równa 9.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna sześciu liczb: a , a , b , b , c , c , jest równa

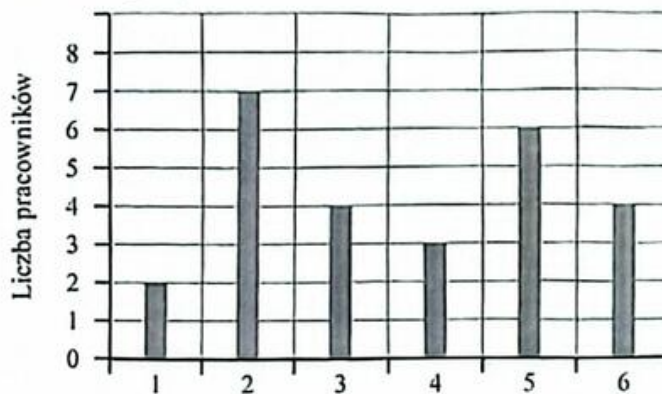
- A. 9 B. 6 C. 4,5 D. 18

Zadanie 17.33. [matura, maj 2024, zadanie 29. (1 pkt)]

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

- A. 4,5 B. 4
C. 3,5 D. 3

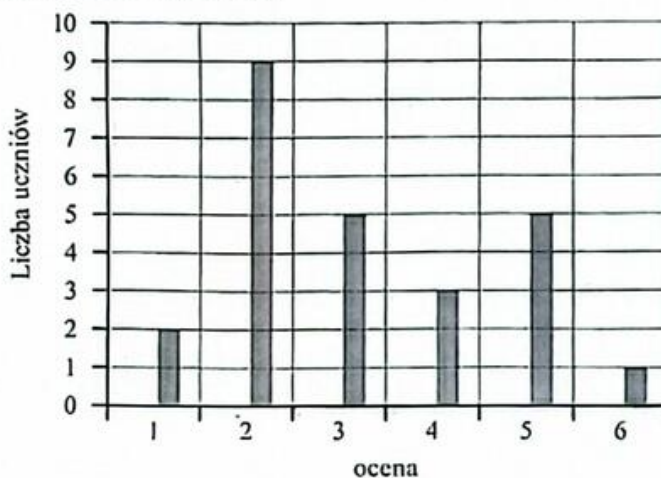
**Zadanie 17.34.** [matura, czerwiec 2024, zadanie 28. (1 pkt)]

Na diagramie przedstawiono wyniki sprawdzianu z matematyki w pewnej klasie maturalnej. Na osi poziomej podano oceny, które uzyskali uczniowie tej klasy, a na osi pionowej podano liczbę uczniów, którzy otrzymali daną ocenę.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna ocen uzyskanych z tego sprawdzianu przez uczniów tej klasy jest równa

- A. 3 B. 3,12 C. 3,5 D. 4,1(6)



18. Kombinatoryka

Zadanie 18.1. [matura, maj 2010, zadanie 13. (1 pkt)]

Liczba przekątnych siedmiokąta foremnego jest równa.

- A. 7 B. 14 C. 21 D. 28

Zadanie 18.2. [matura, czerwiec 2010, zadanie 31. (4 pkt)]

Oblicz sumę wszystkich liczb trzycyfrowych zapisanych wyłącznie za pomocą cyfr 1, 2, 3, 4 (cyfry mogą się powtarzać).

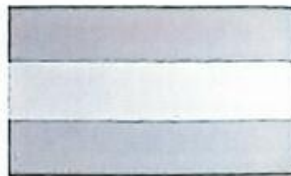
Zadanie 18.3. [matura, sierpień 2010, zadanie 32. (4 pkt)]

Ile jest liczb pięciocyfrowych, spełniających jednocześnie następujące cztery warunki:

- (1) cyfry setek, dziesiątek i jedności są parzyste,
- (2) cyfra setek jest większa od cyfry dziesiątek,
- (3) cyfra dziesiątek jest większa od cyfry jedności,
- (4) w zapisie tej liczby nie występuje cyfra 9.

Zadanie 18.4. [matura, maj 2012, zadanie 24. (1 pkt)]

Flagę, taką jak pokazano na rysunku, należy zszyć z trzech jednakowej szerokości pasów kolorowej tkaniny. Oba pasy zewnętrzne mają być tego samego koloru, a pas znajdujący się między nimi ma być innego koloru. Liczba różnych takich flag, które można uszyć, mając do dyspozycji tkaniny w 10 kolorach, jest równa



- A. 100 B. 99 C. 90 D. 19.

Zadanie 18.5. [matura, czerwiec 2012, zadanie 33. (4 pkt)]

Oblicz, ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, jest dokładnie jedna cyfra 7 i dokładnie jedna cyfra parzysta.

Zadanie 18.6. [matura, czerwiec 2013, zadanie 29. (2 pkt)]

Oblicz, ile jest liczb naturalnych czterocyfrowych, w których cyfra jedności jest o 3 większa od cyfry setek.

Zadanie 18.7. [matura, maj 2014, zadanie 24. (1 pkt)]

Na ile sposobów można wybrać dwóch graczy spośród 10 zawodników?

- A. 100 B. 90 C. 45 D. 20

Zadanie 18.8. [matura, czerwiec 2015, zadanie 24. (1 pkt)]

Ile jest wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6 i niepodzielnych przez 9?

- A. 6 B. 10 C. 12 D. 15

Zadanie 18.9. [matura, czerwiec 2015, zadanie 24. (1 pkt)]

Ile jest wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 4?

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

Zadanie 18.10. [matura, sierpień 2015, zadanie 25. (1 pkt)]

Ile jest wszystkich liczb czterocyfrowych, większych od 3000, utworzonych wyłącznie z cyfr 1, 2, 3, przy założeniu, że cyfry mogą się powtarzać, ale nie wszystkie z tych cyfr muszą być wykorzystane?

- A. 3 B. 6 C. 9 D. 27

Zadanie 18.11. [matura, czerwiec 2017, zadanie 31. (2 pkt)]

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ losujemy bez zwracania dwa razy po jednej liczbie. Wylosowane liczby tworzą parę (a, b) , gdzie a jest wynikiem pierwszego losowania, b jest wynikiem drugiego losowania. Oblicz, ile jest wszystkich par (a, b) takich, że iloczyn $a \cdot b$ jest liczbą parzystą.

Zadanie 18.12. [matura, maj 2018, zadanie 24. (1 pkt)]

Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych od 2018 i podzielnych przez 5?

- A. 402 B. 403 C. 203 D. 204

Zadanie 18.13. [matura, czerwiec 2018, zadanie 24. (1 pkt)]

Liczba wszystkich dodatnich liczb czterocyfrowych parzystych, w których zapisie nie występują cyfry 0 i 2, jest równa

- A. $8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 3$ B. $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 3$ C. $8 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 4$ D. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4$

Zadanie 18.14. [matura, maj 2019, zadanie 24. (1 pkt)]

Wszystkich liczb pięciocyfrowych, w których występują wyłącznie cyfry 0, 2, 5, jest

- A. 12 B. 36 C. 162 D. 243

Zadanie 18.15. [matura, czerwiec 2019, zadanie 21. (1 pkt)]

Liczb naturalnych dwucyfrowych podzielnych przez 6 jest

- A. 60 B. 45 C. 30 D. 15

Zadanie 18.16. [matura, maj 2020, zadanie 21. (1 pkt)]

Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

- A. 10 B. 15 C. 20 D. 25

Zadanie 18.17. [matura, czerwiec 2020, zadanie 23. (1 pkt)]

Wszystkich czterocyfrowych liczb naturalnych, w których cyfra tysięcy i cyfra setek są większe od 4, a każda z pozostałych cyfr jest mniejsza od 6, jest

- A. $4 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 5$ B. $5 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 5$ C. $5 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 6$ D. $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4$

Zadanie 18.18. [matura, wrzesień 2020, zadanie 23. (1 pkt)]

Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych od 2020 i podzielnych przez 4?

- A. 506 B. 505 C. 256 D. 255

Zadanie 18.19. [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 26. (1 pkt)]

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych parzystych, w których cyfra 7 występuje dokładnie jeden raz, jest

- A. 85 B. 90 C. 100 D. 150

Zadanie 18.20. [matura, maj 2021, zadanie 27. (1 pkt)]Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, większych od 700, w których każda cyfra należy do zbioru $\{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ i żadna cyfra się nie powtarza, jest

- A. 108 B. 60 C. 40 D. 299

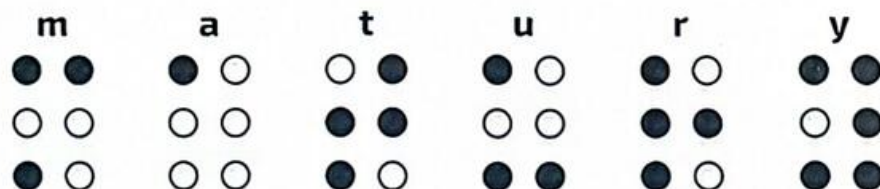
Zadanie 18.21. [matura, sierpień 2021, zadanie 26. (1 pkt)]

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych jest

- A. $9 \cdot 2 \cdot 10^3$ B. $9 \cdot 5 \cdot 10^3$ C. $5 \cdot 10^4$ D. $4 \cdot 10^5$

Zadanie 18.22. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 46. (2 pkt)]

Pojedynczy znak w piśmie Braille'a dla niewidomych jest kombinacją od 1 do 6 wypukłych punktów, które mogą zajmować miejsca ułożone w dwóch kolumnach po trzy miejsca w każdej kolumnie. Poniżej podano przykład napisu w piśmie Braille'a. Czarne kropki w znaku oznaczają wypukłości, a białe kropki oznaczają brak wypukłości. Pojedynczy znak w piśmie Braille'a musi zawierać co najmniej jeden punkt wypukły.

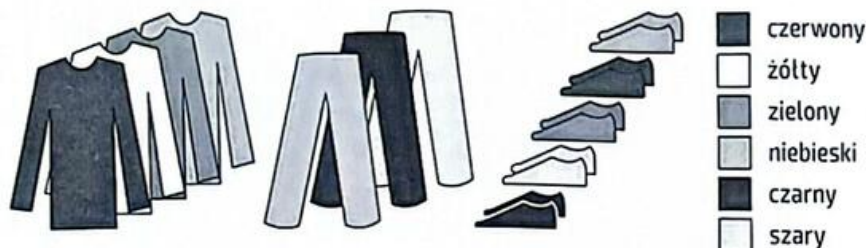


Oblicz, ile różnych pojedynczych znaków można zapisać w piśmie Braille'a.

Zadanie 18.23. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 47.]

Andrzej ma w szafie 4 koszule: czerwoną, żółtą, zieloną i niebieską; 3 pary spodni: niebieskie, czarne i szare; oraz 5 par butów: czarne, szare, zielone, czerwone i niebieskie.

Andrzej wybiera z szafy zestaw ubrania: jedną koszulę, jedną parę spodni i jedną parę butów. Zestawy ubrania wybierane przez Andrzeja określimy jako różne, gdy będą różniły się kolorem chociaż jednego rodzaju elementu ubioru w zestawie.



Zadanie 18.23.1. [zadanie 47.1. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich możliwych, różnych zestawów ubrania, jakie może wybrać Andrzej, jest równa

- A. 12 B. 72 C. 60 D. 720

Zadanie 18.23.2. [zadanie 47.2. (3 pkt)]

Oblicz, na ile sposobów można wybrać taki zestaw, w którym dokładnie jeden element ubioru będzie niebieski.

Zadanie 18.24. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 3. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w których zapisie dziesiętnym nie występuje cyfra 2, jest

- A. 900 B. 729 C. 648 D. 512

Zadanie 18.25. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 3. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, które są nieparzyste i podzielne przez 25, jest

- A. $9 \cdot 9 \cdot 2$ B. $9 \cdot 10 \cdot 2$ C. $9 \cdot 9 \cdot 4$ D. $9 \cdot 10 \cdot 4$

Zadanie 18.26. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 5. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich różnych liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym wszystkie cyfry są różne, jest

- A. $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6$ B. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ D. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$

Zadanie 18.27. [matura, maj 2023, zadanie 28. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 0, 5, 7 (np. 57 075, 55 555), jest

- A. 5^3 B. $2 \cdot 4^3$ C. $2 \cdot 3^4$ D. 3^5

Zadanie 18.28. [matura, czerwiec 2023, zadanie 31. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych o sumie cyfr równej 3 jest

- A. 8 B. 4 C. 5 D. 6

Zadanie 18.29. [matura, sierpień 2023, zadanie 30. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym cyfry się nie powtarzają, jest

- A. $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ B. $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$ C. $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$ D. $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

Zadanie 18.30. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 27. (2 pkt)]

E-dowód ma zapisany na pierwszej stronie specjalny sześciocyfrowy numer CAN , który zabezpiecza go przed odczytaniem danych przez osoby nieuprawnione.

Oblicz, ile jest wszystkich sześciocyfrowych numerów CAN o różnych cyfrach, spełniających warunek: trzy pierwsze cyfry są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego o różnicy (-3) . Zapisz obliczenia.

Zadanie 18.31. [matura, maj 2024, zadanie 27. (1 pkt)]

Rozważamy wszystkie kody czterocyfrowe utworzone tylko z cyfr 1, 3, 6, 8, przy czym w każdym kodzie każda z tych cyfr występuje dokładnie jeden raz.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich takich kodów jest równa

- A. 4 B. 10 C. 24 D. 16

Zadanie 18.32. [matura, czerwiec 2024, zadanie 29. (1 pkt)]

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych parzystych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 2, 4, 7 (np.: 7272, 2222, 7244), jest

- A. 16 B. 27 C. 54 D. 81

19. Rachunek prawdopodobieństwa

Zadanie 19.1. [matura, maj 2010, zadanie 33. (4 pkt)]

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że w pierwszym rzucie otrzymamy parzystą liczbę oczek i iloczyn liczb oczek w obu rzutach będzie podzielny przez 12. Wynik przedstaw w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Zadanie 19.2. [matura, sierpień 2010, zadanie 32. (4 pkt)]

Rzucamy dwukrotnie sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma liczb oczek otrzymanych na obu kostkach jest większa od 6 i iloczyn tych liczb jest nieparzysty.

Zadanie 19.3. [matura, maj 2011, zadanie 22. (1 pkt)]

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo otrzymania sumy oczek równej trzy wynosi

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $\frac{1}{12}$ D. $\frac{1}{18}$

Zadanie 19.4. [matura, maj 2011, zadanie 30. (2 pkt)]

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$ losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania liczb, których suma jest podzielna przez 3.

Zadanie 19.5. [matura, czerwiec 2011, zadanie 22. (1 pkt)]

Jeżeli A jest zdarzeniem losowym takim, że $P(A) = 6 \cdot P(A')$, oraz A' jest zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia A , to prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

- A. $\frac{5}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{6}{7}$

Zadanie 19.6. [matura, czerwiec 2011, zadanie 29. (2 pkt)]

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że liczba oczek w pierwszym rzucie jest o 1 mniejsza od liczby oczek w drugim rzucie.

Zadanie 19.7. [matura, sierpień 2011, zadanie 30. (2 pkt)]

Dane są dwa pudelka: czerwone i niebieskie. W każdym z tych pudełek znajduje się 10 kul ponumerowanych liczbami od 1 do 10. Z każdego pudelka losujemy jedną kulę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że numer kuli wylosowanej z czerwonego pudelka jest mniejszy od numeru kuli wylosowanej z niebieskiego pudelka.

Zadanie 19.8. [matura, czerwiec 2012, zadanie 23. (1 pkt)]

Jeżeli A i B są zdarzeniami losowymi, B' jest zdarzeniem przeciwnym do B , $P(A) = 0,3$, $P(B') = 0,4$ oraz $A \cap B = \emptyset$, to $P(A \cup B)$ jest równe

- A. 0,12 B. 0,18 C. 0,6 D. 0,9

Zadanie 19.9. [matura, maj 2013, zadanie 22. (1 pkt)]

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Niech p oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia, że iloczyn liczb wyrzuconych oczek jest równy 5. Wtedy

- A. $p = \frac{1}{36}$ B. $p = \frac{1}{18}$ C. $p = \frac{1}{12}$ D. $p = \frac{1}{9}$

Zadanie 19.10. [matura, maj 2014, zadanie 23. (1 pkt)]

Jeżeli A jest zdarzeniem losowym, a A' – zdarzeniem przeciwnym do zdarzenia A oraz zachodzi równość $P(A) = 2 \cdot P(A')$, to

- A. $P(A) = \frac{2}{3}$ B. $P(A) = \frac{1}{2}$ C. $P(A) = \frac{1}{3}$ D. $P(A) = \frac{1}{6}$

Zadanie 19.11. [matura, maj 2014, zadanie 30. (2 pkt)]

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A , polegającego na wylosowaniu liczb, z których pierwsza jest większa od drugiej o 4 lub 6.

Zadanie 19.12. [matura, czerwiec 2014, zadanie 19. (1 pkt)]

Ze zbioru kolejnych liczb naturalnych $\{1, 2, 3, 4, \dots, 30\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest kwadratem liczby całkowitej, jest równe

- A. $\frac{4}{30}$ B. $\frac{5}{30}$ C. $\frac{6}{30}$ D. $\frac{10}{30}$

Zadanie 19.13. [matura, czerwiec 2014, zadanie 30. (2 pkt)]

Dane są dwa podzbiory zbioru liczb całkowitych: $K = \{-4, -1, 1, 5, 6\}$ i $L = \{-3, -2, 2, 3, 4\}$. Z każdego z nich losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest dodatni.

Zadanie 19.14. [matura, sierpień 2014, zadanie 34. (4 pkt)]

Zbiór M tworzą wszystkie liczby naturalne dwucyfrowe w zapisie, których występują dwie różne cyfry spośród: 1, 2, 3, 4, 5. Ze zbioru M losujemy jedną liczbę, przy czym każda liczba z tego zbioru może być wylosowana z tym samym prawdopodobieństwem. Oblicz prawdopodobieństwo, że wylosujemy liczbę większą od 20, w której cyfra dziesiątek jest mniejsza od cyfry jedności.

Zadanie 19.15. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 23. (1 pkt)]

Rzucamy sześć razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Niech p_i oznacza prawdopodobieństwo wyrzucenia i oczek w i -tym rzucie. Wtedy

- A. $p_6 = 1$ B. $p_6 = \frac{1}{6}$ C. $p_3 = 0$ D. $p_3 = \frac{1}{3}$

Zadanie 19.16. [przykładowy arkusz CKE, grudzień 2014, zadanie 30. (4 pkt)]

Zakupiono 16 biletów do teatru, w tym 10 biletów na miejsca od 1. do 10. w pierwszym rzędzie i 6 biletów na miejsca od 11. do 16. w szesnastym rzędzie. Jakie jest prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że 2 wylosowane bilety, spośród szesnastu, będą biletami na sąsiadujące miejsca?

Zadanie 19.17. [matura, maj 2015, zadanie 25. (1 pkt)]

W każdym z trzech pojemników znajduje się para kul, z których jedna jest czerwona, a druga – niebieska. Z każdego pojemnika losujemy jedną kulę. Niech p oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwie z trzech wylosowanych kul będą czerwone. Wtedy

- A. $p = \frac{1}{4}$ B. $p = \frac{3}{8}$ C. $p = \frac{1}{2}$ D. $p = \frac{2}{3}$

Zadanie 19.18. [matura, maj 2015, zadanie 33. (4 pkt)]

Wśród 115 osób przeprowadzono badania ankietowe, związane z zakupami w pewnym kiosku. W poniższej tabeli przedstawiono informacje o tym, ile osób kupiło bilety tramwajowe ulgowe oraz ile osób kupiło bilety tramwajowe normalne.

Rodzaj kupionych biletów	Liczba osób
ulgowe	76
normalne	41

Uwaga! 27 osób spośród ankietowanych kupiło oba rodzaje biletów.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że osoba losowo wybrana spośród ankietowanych nie kupiła żadnego biletu. Wynik przedstaw w formie nieskracalnego ułamka.

Zadanie 19.19. [matura, czerwiec 2015, zadanie 25. (1 pkt)]

Na loterię przygotowano pulę 100 losów, w tym 4 wygrywające. Po wylosowaniu pewnej liczby losów, wśród których był dokładnie jeden wygrywający, szansa na wygraną była taka sama jak przed rozpoczęciem loterii. Stąd wynika, że wylosowano

- A. 4 losy. B. 20 losów. C. 50 losów. D. 25 losów.

Zadanie 19.20. [matura, czerwiec 2015, zadanie 31. (2 pkt)]

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losowo wybieramy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymamy liczbę podzielną przez 8 lub liczbę podzielną przez 12.

Zadanie 19.21. [matura, czerwiec 2015, zadanie 31. (2 pkt)]

Ze zbioru cyfr $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ losujemy kolejno dwie cyfry (losowanie bez zwracania) i tworzymy liczby dwucyfrowe tak, że pierwsza wylosowana cyfra jest cyfrą dziesiątek, a druga – cyfrą jedności. Oblicz prawdopodobieństwo utworzenia liczby podzielnej przez 4.

Zadanie 19.22. [matura, sierpień 2015, zadanie 28. (2 pkt)]

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losowo wybieramy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymamy liczbę podzielną przez 9 lub liczbę podzielną przez 12.

Zadanie 19.23. [matura, maj 2016, zadanie 22. (1 pkt)]

Rzucamy trzy razy symetryczną monetą. Niech p oznacza prawdopodobieństwo otrzymania dokładnie dwóch orłów w tych trzech rzutach. Wtedy

- A. $0 \leq p < 0,2$ B. $0,2 \leq p \leq 0,35$ C. $0,35 < p \leq 0,5$ D. $0,5 < p \leq 1$

Zadanie 19.24. [matura, maj 2016, zadanie 34. (4 pkt)]

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie równa 30. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Zadanie 19.25. [matura, sierpień 2016, zadanie 22. (2 pkt)]

Ze zbioru siedmiu liczb naturalnych $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ losujemy dwie różne liczby.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że większą z wylosowanych liczb będzie liczba 5.

Zadanie 19.26. [matura, maj 2017, zadanie 25. (1 pkt)]

Ze zbioru dwudziestu czterech kolejnych liczb naturalnych od 1 do 24 losujemy jedną liczbę. Niech A oznacza zdarzenie, że wylosowana liczba będzie dzielnikiem liczby 24. Wtedy prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{6}$

Zadanie 19.27. [matura, maj 2017, zadanie 33. (2 pkt)]

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wylosujemy liczbę, która jest równocześnie mniejsza od 40 i podzielna przez 3. Wynik zapisz w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.

Zadanie 19.28. [matura, czerwiec 2017, zadanie 25. (1 pkt)]

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry. Prawdopodobieństwo otrzymania pary liczb, których iloczyn jest większy od 20, jest równe

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{5}{36}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

Zadanie 19.29. [matura, sierpień 2017, zadanie 30. (2 pkt)]

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 4, 5, 10\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloraz pierwszej wylosowanej liczby przez drugą wylosowaną liczbę jest liczbą całkowitą.

Zadanie 19.30. [matura, maj 2018, zadanie 33. (4 pkt)]

Dane są dwa zbiory:

$$A = \{100, 200, 300, 400, 500, 600, 700\} \text{ i } B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}.$$

Z każdego z nich losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb będzie podzielna przez 3. Obliczone prawdopodobieństwo zapisz w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego.

Zadanie 19.31. [matura, czerwiec 2018, zadanie 25. (1 pkt)]

W pudełku znajdują się dwie kule: czarna i biała. Czterokrotnie losujemy ze zwracaniem jedną kulę z tego pudełka. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie trzy razy w czterech losowaniach wyciągniemy kulę koloru białego, jest równe

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

Zadanie 19.32. [matura, czerwiec 2018, zadanie 31. (2 pkt)]

Rzucamy cztery razy symetryczną monetą. Po przeprowadzonym doświadczeniu zapisujemy liczbę uzyskanych orłów (od 0 do 4) i liczbę uzyskanych reszek (również od 0 do 4). Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że w tych czterech rzutach liczba uzyskanych orłów będzie większa niż liczba uzyskanych reszek.

Zadanie 19.33. [matura, sierpień 2018, zadanie 33. (4 pkt)]

Ze zbioru $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ losujemy jedną liczbę a , natomiast ze zbioru $B = \{-1, 0, 1, 2\}$ losujemy liczbę b . Te liczby są – odpowiednio – współczynnikiem kierunkowym i wyrazem wolnym funkcji liniowej $f(x) = ax + b$. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymana funkcja f jest rosnąca i ma dodatnie miejsce zerowe.

Zadanie 19.34. [matura, maj 2019, zadanie 30. (2 pkt)]

Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy dwa razy po jednej liczbie ze zwracaniem. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na wylosowaniu liczb, których iloczyn jest liczbą nieparzystą.

Zadanie 19.35. [matura, czerwiec 2019, zadanie 25. (1 pkt)]

Ze zbioru kolejnych liczb naturalnych $\{20, 21, 22, \dots, 39, 40\}$ losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo wylosowania liczby podzielnej przez 4 jest równe

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{2}{7}$

C. $\frac{6}{19}$

D. $\frac{3}{10}$

Zadanie 19.36. [matura, sierpień 2019, zadanie 30. (2 pkt)]

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że wylosowana liczba ma w zapisie dziesiętnym cyfrę dziesiątek, która należy do zbioru $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ i jednocześnie cyfrę jedności, która należy do zbioru $\{0, 2, 4, 6, 8\}$.

Zadanie 19.37. [matura, maj 2020, zadanie 30. (2 pkt)]

Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najmniej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

Zadanie 19.38. [matura, czerwiec 2020, zadanie 25. (1 pkt)]

W urnie jest 9 kul, w tym cztery kule czerwone, trzy zielone i dwie kule białe. Losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo, że nie wylosowano ani kuli zielonej, ani białej, jest równe

A. $\frac{4}{5}$

B. $\frac{4}{9}$

C. $\frac{5}{9}$

D. $\frac{6}{9}$

Zadanie 19.39. [matura, czerwiec 2020, zadanie 33. (4 pkt)]

Rzucamy cztery razy symetryczną monetą. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A , polegającego na tym, że liczba otrzymanych orłów będzie różna od liczby otrzymanych reszek.

Zadanie 19.40. [matura, wrzesień 2020, zadanie 31. (2 pkt)]

W pudełku jest 8 kul, z czego 5 białych i 3 czarne. Do tego pudełka dołożono n kul białych. Doświadczenie polega na losowaniu jednej kuli z tego pudełka. Prawdopodobieństwo, że będzie to kula biała, jest równe $\frac{11}{12}$. Oblicz n .

Zadanie 19.41. [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 27. (1 pkt)]

Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 5, jest równe

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{5}{100}$ C. $\frac{5}{90}$ D. $\frac{18}{90}$

Zadanie 19.42. [matura, maj 2021, zadanie 26. (1 pkt)]

Z wierzchołków sześcianu $ABCDEFGH$ losujemy jednocześnie dwa różne wierzchołki. Prawdopodobieństwo tego, że wierzchołki te będą końcami przekątnej sześcianu $ABCDEFGH$, jest równe

- A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{4}{7}$ C. $\frac{1}{14}$ D. $\frac{3}{7}$

Zadanie 19.43. [matura, maj 2021, zadanie 34. (2 pkt)]

Gracz rzuca dwukrotnie symetryczną sześcienną kostką do gry i oblicza sumę liczb wyrzuczonych oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma liczb wyrzuczonych oczek jest równa 4 lub 5, lub 6.

Zadanie 19.44. [matura, czerwiec 2021, zadanie 27. (1 pkt)]

W pudełku znajdują się płytki z literami. Na każdej płytce jest wydrukowana jedna litera – spółgłoskowa albo samogłoskowa. Płytek z literami spółgłoskowymi jest o 25% więcej niż płytek z literami samogłoskowymi. Losujemy jedną płytkę. Prawdopodobieństwo wylosowania płytki z literą samogłoskową jest równe

- A. 0,75 B. 0,25 C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

Zadanie 19.45. [matura, czerwiec 2021, zadanie 34. (2 pkt)]

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, których cyfra dziesiątek należy do zbioru $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, a cyfra jedności należy do zbioru $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy liczbę dwucyfrową, która jest podzielna przez 4.

Zadanie 19.46. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 48. (4 pkt)]

Spśród wszystkich czterocyfrowych całkowitych liczb dodatnich losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba będzie parzysta, a w jej zapisie dziesiętnym wystąpią dokładnie jedna cyfra 2 i dokładnie jedna cyfra 3.

Zadanie 19.47. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 49. (3 pkt)]

Paweł i Grzegorz postanowili zagrać w grę losową. Ich wspólny kolega będzie kolejno rzucał sześcienną symetryczną kostką do gry, której ścianki są oznaczone od 1 do 6. Gdy na kostce wypadnie liczba oczek mniejsza od 4, to Grzegorz daje Pawłowi 10 żetonów, a gdy na kostce wypadnie liczba oczek równa 6, to Paweł daje Grzegorzowi x żetonów. W pozostałych przypadkach żaden z graczy nie zyskuje ani nie traci żetonów. Paweł i Grzegorz sprawiedliwie ustalili liczbę x żetonów tak, aby wartość oczekiwana zysku z gry Pawła była równa wartości oczekiwanej zysku z gry Grzegorza.

Oblicz ustaloną przez Pawła i Grzegorza liczbę x żetonów.

Zadanie 19.48. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 28. (3 pkt)]

W pojemniku znajdują się losy loterii fantowej ponumerowane kolejnymi liczbami naturalnymi od 1000 do 9999. Każdy los, którego numer jest liczbą o sumie cyfr równej 3, jest wygrywający. Uczestnicy loterii losują z pojemnika po jednym losie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że pierwszy los wyciągnięty z pojemnika był wygrywający. Zapisz obliczenia.

Zadanie 19.49. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 19. (1 pkt)]

W pojemniku są wyłącznie kule białe i czerwone. Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy 4:5. Z pojemnika losujemy jedną kulę.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{4}$

Zadanie 19.50. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 32. (1 pkt)]

Na loterii stosunek liczby losów wygrywających do liczby losów przegrywających jest równy 2:7. Zakupiono jeden los z tej loterii.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zakupiony los jest wygrywający, jest równe

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{9}$ D. $\frac{2}{7}$

Zadanie 19.51. [matura, maj 2023, zadanie 30. (2 pkt)]

Ze zbioru ośmiu liczb $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że iloczyn wylosowanych liczb jest podzielny przez 15. Zapisz obliczenia.

Zadanie 19.52. [matura, czerwiec 2023, zadanie 32. (2 pkt)]

Ze zbioru ośmiu kolejnych liczb naturalnych – od 1 do 8 – losujemy kolejno bez zwracania dwa razy po jednej liczbie. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że suma wylosowanych liczb jest dzielnikiem liczby 8.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A . Zapisz obliczenia.

Zadanie 19.53. [matura, sierpień 2023, zadanie 31. (2 pkt)]

Ze zbioru pięciu liczb $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ losujemy bez zwracania kolejno dwa razy po jednej liczbie.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że obie wylosowane liczby są nieparzyste. Zapisz obliczenia.

Zadanie 19.54. [matura, maj 2024, zadanie 30. (2 pkt)]

Dany jest pięcioelementowy zbiór $K = \{5, 6, 7, 8, 9\}$. Wylosowanie każdej liczby z tego zbioru jest jednakowo prawdopodobne. Ze zbioru K losujemy ze zwracaniem kolejno dwa razy po jednej liczbie i zapisujemy je w kolejności losowania.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma wylosowanych liczb jest liczbą parzystą. Zapisz obliczenia.

Zadanie 19.55. [matura, czerwiec 2024, zadanie 30. (1 pkt)]

W pudełku znajdują się wyłącznie kule białe i czarne. Kul czarnych jest 18. Z tego pudełka w sposób losowy wyciągamy jedną kulę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym,

że wyciągniemy kulę czarną, jest równe $\frac{3}{5}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba kul białych w pudełku, przed wyciągnięciem jednej kuli, była równa

- A. 9 B. 12 C. 15 D. 30

Zadanie 19.56. [matura, czerwiec 2024, zadanie 31. (2 pkt)]

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ścianie ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że w pierwszym rzucie wypadnie większa liczba oczek niż w drugim rzucie. Zapisz obliczenia.

20. Dowody (algebra)

Zadanie 20.1. [matura, maj 2010, zadanie 30. (2 pkt)]

Wykaż, że jeśli $a > 0$, to $\frac{a^2 + 1}{a + 1} \geq \frac{a + 1}{2}$.

Zadanie 20.2. [matura, sierpień 2010, zadanie 31. (2 pkt)]

Wykaż, że jeżeli $a > 0$ i $b > 0$ oraz $\sqrt{a^2 + b} = \sqrt{a + b^2}$, to $a = b$ lub $a + b = 1$.

Zadanie 20.3. [matura, maj 2011, zadanie 25. (2 pkt)]

Uzasadnij, że jeżeli $a + b = 1$ i $a^2 + b^2 = 7$, to $a^4 + b^4 = 31$.

Zadanie 20.4. [matura, czerwiec 2011, zadanie 27. (2 pkt)]

Uzasadnij, że dla każdej dodatniej liczby całkowitej n liczba $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ jest wielokrotnością liczby 10.

Zadanie 20.5. [matura, sierpień 2011, zadanie 25. (2 pkt)]

Udowodnij, że iloczyn kolejnych liczb naturalnych od 1 do 16, czyli $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 16$, jest podzielny przez 2^{15} .

Zadanie 20.6. [matura, maj 2012, zadanie 27. (2 pkt)]

Uzasadnij, że jeśli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają nierówności $0 < a < b < c$, to

$$\frac{a+b+c}{3} > \frac{a+b}{2}.$$

Zadanie 20.7. [matura, czerwiec 2012, zadanie 29. (2 pkt)]

Uzasadnij, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb całkowitych przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

Zadanie 20.8. [matura, sierpień 2012, zadanie 31. (2 pkt)]

Wykaż, że jeżeli $c < 0$, to trójmian kwadratowy $y = x^2 + bx + c$ ma dwa różne miejsca zerowe.

Zadanie 20.9. [matura, maj 2013, zadanie 28. (2 pkt)]

Udowodnij, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y, z takich, że $x + y + z = 0$, prawdziwa jest nierówność $xy + yz + zx \leq 0$.

Możesz skorzystać z tożsamości $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$.

Zadanie 20.10. [matura, maj 2013, zadanie 31. (2 pkt)]

Wykaż, że liczba $6^{100} - 2 \cdot 6^{99} + 10 \cdot 6^{98}$ jest podzielna przez 17.

Zadanie 20.11. [matura, czerwiec 2013, zadanie 30. (2 pkt)]

Wykaż, że liczba $(1 + 2013^2)(1 + 2013^4)$ jest dzielnikiem liczby $1 + 2013 + 2013^2 + 2013^3 + 2013^4 + 2013^5 + 2013^6 + 2013^7$.

Zadanie 20.12. [matura, maj 2014, zadanie 28. (2 pkt)]

Udowodnij, że każda liczba całkowita k , która przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2, ma tę własność, że reszta z dzielenia liczby $3k^2$ przez 7 jest równa 5.

Zadanie 20.13. [matura, czerwiec 2014, zadanie 27. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a i każdej liczby rzeczywistej b prawdziwa jest

$$\text{nierówność } \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 \leq \frac{a^2 + b^2}{2}.$$

Zadanie 20.14. [matura, sierpień 2014, zadanie 28. (2 pkt)]

Wykaż, że suma sześciątów trzech kolejnych liczb naturalnych parzystych jest podzielna przez 24.

Zadanie 20.15. [próbna matura, grudzień 2014, zadanie 28. (2 pkt)]

Uzasadnij, że jeżeli liczba całkowita nie dzieli się przez 3, to jej kwadrat przy dzieleniu przez 3 daje resztę 1.

Zadanie 20.16. [matura, maj 2015, zadanie 27. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność $4x^2 - 8xy + 5y^2 \geq 0$.

Zadanie 20.17. [matura, sierpień 2015, zadanie 30. (2 pkt)]

Wykaż, że dla wszystkich nieujemnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2$.

Zadanie 20.18. [matura, maj 2016, zadanie 30. (2 pkt)]

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2 + 2n$ dla $n \geq 1$. Wykaż, że suma każdych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej.

Zadanie 20.19. [matura, czerwiec 2016, zadanie 28. (2 pkt)]

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność $x^4 + y^4 + x^2 + y^2 \geq 2(x^3 + y^3)$.

Zadanie 20.20. [matura, sierpień 2016, zadanie 28. (2 pkt)]

Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste a, b, c spełniają warunek $abc = 1$, to $a^{-1} + b^{-1} + c^{-1} = ab + bc + ca$.

Zadanie 20.21. [matura, maj 2017, zadanie 27. (2 pkt)]

Wykaż, że liczba $4^{2017} + 4^{2018} + 4^{2019} + 4^{2020}$ jest podzielna przez 17.

Zadanie 20.22. [matura, czerwiec 2017, zadanie 29. (2 pkt)]

Wykaż, że prawdziwa jest nierówność $(1,5)^{100} < 6^{25}$.

Zadanie 20.23. [matura, sierpień 2017, zadanie 28. (2 pkt)]

Udowodnij, że dla dowolnej dodatniej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$4x + \frac{1}{x} \geq 4.$$

Zadanie 20.24. [matura, maj 2018, zadanie 28. (2 pkt)]

Udowodnij, że dla dowolnych liczb dodatnich a, b prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{2a} + \frac{1}{2b} \geq \frac{2}{a+b}.$$

Zadanie 20.25. [matura, czerwiec 2018, zadanie 28. (2 pkt)]

Wykaż, że reszta z dzielenia sumy kwadratów czterech kolejnych liczb naturalnych przez 8 jest równa 6.

Zadanie 20.26. [matura, sierpień 2018, zadanie 29. (2 pkt)]

Wykaż, że jeżeli a i b są liczbami rzeczywistymi dodatnimi, to $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$.

Zadanie 20.27. [matura, maj 2019, zadanie 28. (2 pkt)]

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$3a^2 - 2ab + 3b^2 \geq 0.$$

Zadanie 20.28. [matura, czerwiec 2019, zadanie 29. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby $a > 0$ i dla każdej liczby $b > 0$ prawdziwa jest nierówność

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}.$$

Zadanie 20.29. [matura, lipiec 2020, zadanie 28. (2 pkt)]

Wykaż, że jeśli liczby rzeczywiste a i b spełniają warunek $a < 4$ i $b < 4$, to $ab + 16 > 4a + 4b$.

Zadanie 20.30. [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 34. (2 pkt)]

Funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 + bx + c$ nie ma miejsc zerowych. Wykaż, że $1 + c > b$.

Zadanie 20.31. [matura, maj 2021, zadanie 30. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdych trzech dodatnich liczb a , b i c takich, że $a < b$, spełniona jest nierówność

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$$

Zadanie 20.32. [matura, czerwiec 2021, zadanie 30. (2 pkt)]

Wykaż, że dla wszystkich liczb rzeczywistych a , b i c takich, że $\frac{a+b}{2} > c$ i $\frac{b+c}{2} > a$, prawdziwa jest nierówność

$$\frac{a+c}{2} < b$$

Zadanie 20.33. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 14. (2 pkt)]

Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $20n^2 + 30n + 7$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2.

✂ **Zadanie 20.34.** [informator maturalny CKE 2021, zadanie 15. (3 pkt)]

Rozważmy dwie kolejne liczby naturalne a i b takie, że obie są niepodzielne przez 3. Udowodnij, że liczba $a^3 + b^3$ jest podzielna przez 9.

Zadanie 20.35. [arkusz pokazowy CKE, marzec 2022, zadanie 9. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej n liczba $n^2 + 2023$ jest podzielna przez 8.

Zadanie 20.36. [test diagnostyczny CKE, wrzesień 2022, zadanie 9. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $10n^2 + 30n + 8$ przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3.

Zadanie 20.37. [test diagnostyczny CKE, grudzień 2022, zadanie 14. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $5n^2 + 15n$ jest podzielna przez 10.

Zadanie 20.38. [matura, maj 2023, zadanie 3. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n+1)^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

Zadanie 20.39. [matura, czerwiec 2023, zadanie 3. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej k reszta z dzielenia liczby $49k^2 + 7k - 2$ przez 7 jest równa 5.

Zadanie 20.40. [matura, sierpień 2023, zadanie 4. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $3n^3 + 18n^2 + 15n$ jest podzielna przez 6.

Zadanie 20.41. [test diagnostyczny, grudzień 2023, zadanie 5. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej n liczba $3n^2 + 4n + 1$ jest podzielna przez 4.

Zadanie 20.42. [matura, maj 2024, zadanie 3. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2$ przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.

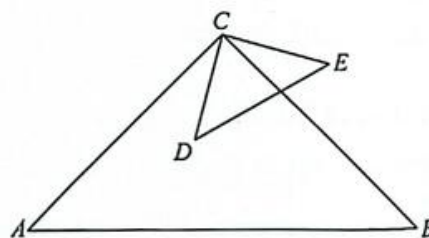
Zadanie 20.43. [matura, czerwiec 2024, zadanie 5. (2 pkt)]

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $5n^3 - 5n$ przy dzieleniu przez 30.

21. Dowody (geometria)

Zadanie 21.1. [matura, maj 2010, zadanie 28. (2 pkt)]

Trójkąty prostokątne równoramienne ABC i CDE są położone tak, jak na poniższym rysunku (w obu trójkątach kąt przy wierzchołku C jest prosty).



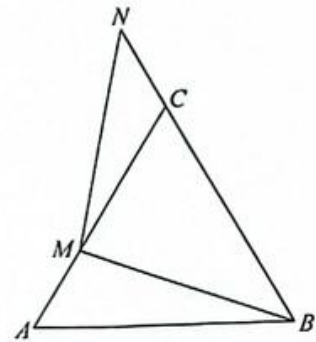
Wykaż, że $|AD| = |BE|$.

Zadanie 21.2. [matura, maj 2011, zadanie 29. (2 pkt)]

Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$. Na boku BC wybrano taki punkt E , że $|EC| = |CD|$ i $|EB| = |BA|$. Wykaż, że kąt AED jest prosty.

Zadanie 21.3. [matura, czerwiec 2011, zadanie 25. (2 pkt)]

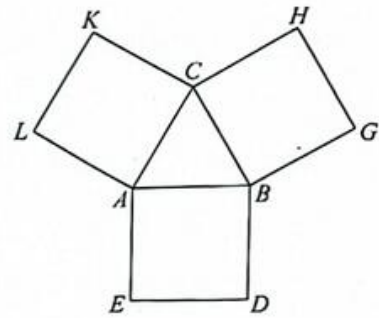
Trójkąt ABC przedstawiony na poniższym rysunku jest równoboczny, a punkty B, C, N są współliniowe. Na boku AC wybrano punkt M tak, że $|AM| = |CN|$.



Wykaż, że $|BM| = |MN|$.

Zadanie 21.4. [matura, sierpień 2011, zadanie 28. (2 pkt)]

Na bokach trójkąta równobocznego ABC (na zewnątrz tego trójkąta) zbudowano kwadraty $ABDE$, $CBGH$ i $ACKL$.



Udowodnij, że trójkąt KGE jest równoboczny.

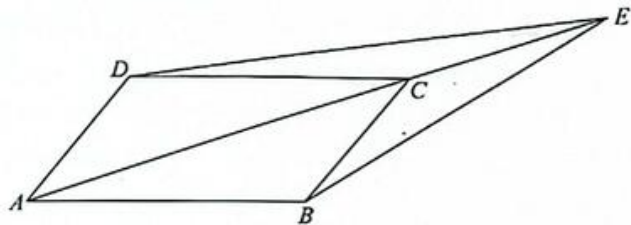
Zadanie 21.5. [matura, maj 2012, zadanie 30. (2 pkt)]

W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczne kątów A i B . Dwusieczne te przecinają się w punkcie P . Uzasadnij, że kąt APB jest rozwarty.

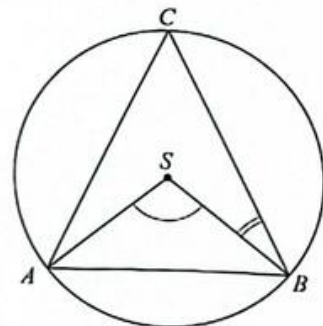
Zadanie 21.6. [matura, sierpień 2012, zadanie 30. (2 pkt)]

Dany jest równoległobok $ABCD$. Na przedłużeniu przekątnej AC wybrano punkt E tak, że $|CE| = \frac{1}{2}|AC|$ (zobacz rysunek).

Uzasadnij, że pole równoległoboku $ABCD$ jest cztery razy większe od pola trójkąta DCE .

**Zadanie 21.7.** [matura, maj 2014, zadanie 31. (2 pkt)]

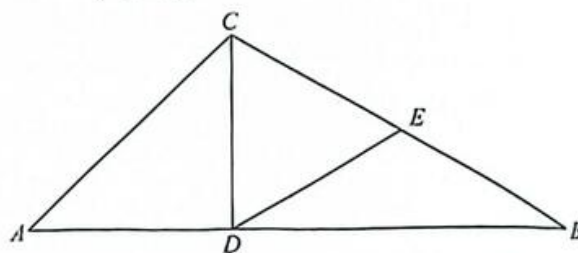
Środek S okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym ABC , o ramionach AC i BC , leży wewnątrz tego trójkąta (zobacz rysunek).



Wykaż, że miara kąta wypukłego ASB jest cztery razy większa od miary kąta wypukłego SBC .

Zadanie 21.8. [matura, czerwiec 2014, zadanie 31. (2 pkt)]

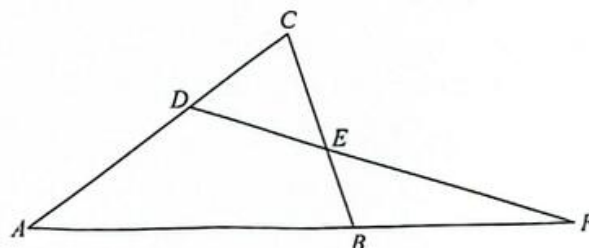
Dany jest trójkąt ABC . Odcinek CD jest wysokością tego trójkąta, punkt E jest środkiem boku BC (tak jak na rysunku) i $|CD| = |DE|$.



Udowodnij, że trójkąt CDE jest równoboczny.

Zadanie 21.9. [matura, sierpień 2014, zadanie 30. (2 pkt)]

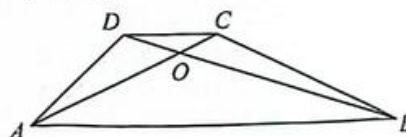
Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| > |BC|$. Na bokach AC i BC tego trójkąta obrano odpowiednio takie punkty D i E , że zachodzi równość $|CD| = |CE|$. Proste AB i DE przecinają się w punkcie F (zobacz rysunek).



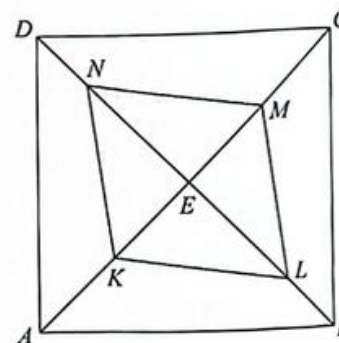
Wykaż, że $|\angle BAC| = |\angle ABC| - 2 \cdot |\angle AFD|$.

Zadanie 21.10. [próbna matura, grudzień 2014, zadanie 31. (4 pkt)]

W trapezie $ABCD$ ($AB \parallel CD$) przekątne AC i BD przecinają się w punkcie O takim, że $|AO| : |OC| = 5 : 1$. Pole trójkąta AOD jest równe 10. Uzasadnij, że pole trapezu $ABCD$ jest równe 72.

**Zadanie 21.11.** [matura, maj 2015, zadanie 28. (2 pkt)]

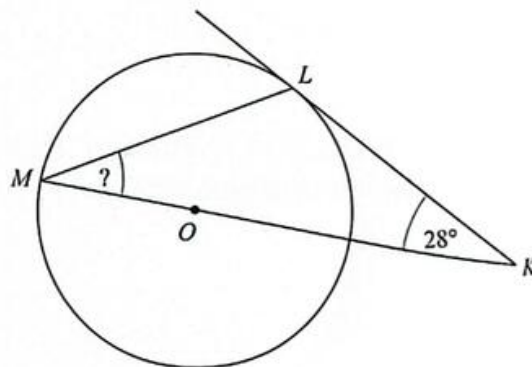
Dany jest kwadrat $ABCD$. Przekątne AC i BD przecinają się w punkcie E . Punkty K i M są środkami odcinków – odpowiednio – AE i EC . Punkty L i N leżą na przekątnej BD tak, że $|BL| = \frac{1}{3}|BE|$, $|DN| = \frac{1}{3}|DE|$ (zobacz rysunek).



Wykaż, że stosunek pola czworokąta $KLMN$ do pola kwadratu $ABCD$ jest równy $1 : 3$.

Zadanie 21.12. [matura, maj 2015, zadanie 31 swe. (2 pkt)]

Dany jest okrąg o środku w punkcie O . Prosta KL jest styczna do tego okręgu w punkcie L , a środek O tego okręgu leży na odcinku KM (zobacz rysunek).

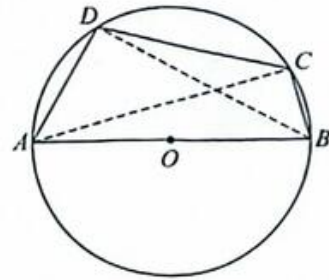


Udowodnij, że kąt KML ma miarę 31° .

Zadanie 21.13. [matura, czerwiec 2015, zadanie 28. (2 pkt)]

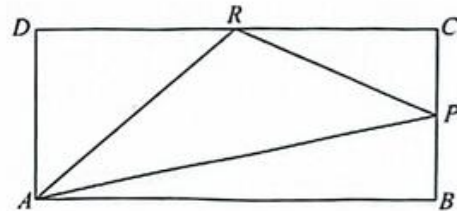
Czworokąt $ABCD$ wpisano w okrąg tak, że bok AB jest średnicą tego okręgu (zobacz rysunek).

Udowodnij, że $|AD|^2 + |BD|^2 = |BC|^2 + |AC|^2$.

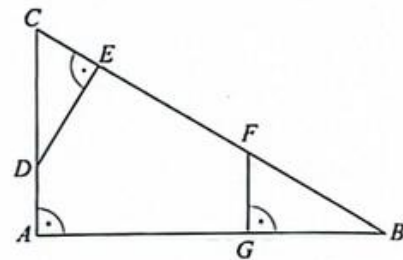
**Zadanie 21.14.** [matura, sierpień 2015, zadanie 31. (2 pkt)]

W prostokącie $ABCD$ punkt P jest środkiem boku BC , a punkt R jest środkiem boku CD .

Wykaż, że pole trójkąta APR jest równe sumie pól trójkątów ADR oraz PCR .

**Zadanie 21.15.** [matura, maj 2016, zadanie 29. (2 pkt)]

Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Na przyprostokątnych AC i AB tego trójkąta obrano odpowiednio punkty D i G . Na przeciwprostokątnej BC wyznaczono punkty E i F takie, że $|\angle DEC| = |\angle BGF| = 90^\circ$ (zobacz rysunek).

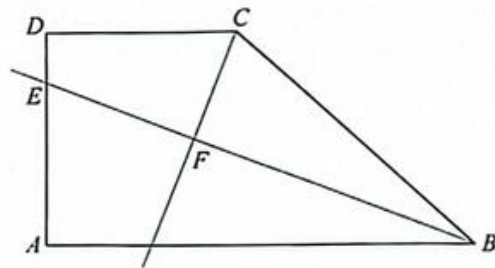


Wykaż, że trójkąt CDE jest podobny do trójkąta FBG .

Zadanie 21.16. [matura, czerwiec 2016, zadanie 29. (2 pkt)]

Dany jest trapez prostokątny $ABCD$ o podstawach AB i CD oraz wysokości AD . Dwieściana kąta ABC przecina ramię AD w punkcie E oraz dwusieczną kąta BCD w punkcie F (zobacz rysunek).

Wykaż, że w czworokącie $CDEF$ sumy miar przeciwległych kątów są sobie równe.

**Zadanie 21.17.** [matura, sierpień 2016, zadanie 30. (2 pkt)]

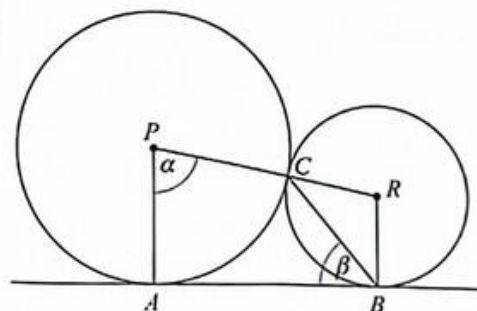
W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD przekątne AC oraz BD przecinają się w punkcie S .

Wykaż, że jeżeli $|AS| = \frac{5}{6}|AC|$, to pole trójkąta ABS jest 25 razy większe od pola trójkąta DCS .

Zadanie 21.18. [matura, maj 2017, zadanie 28. (2 pkt)]

Dane są dwa okręgi o środkach w punktach P i R , styczne zewnętrznie w punkcie C . Prosta AB jest styczna do obu okręgów odpowiednio w punktach A i B oraz $|\angle APC| = \alpha$ i $|\angle ABC| = \beta$ (zobacz rysunek).

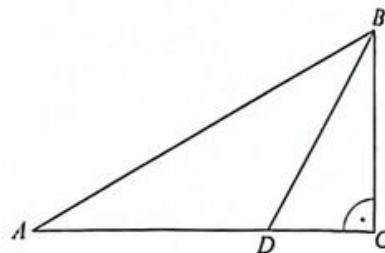
Wykaż, że $\alpha = 180^\circ - 2\beta$.



Zadanie 21.19. [matura, czerwiec 2017, zadanie 28. (2 pkt)]

Dwusieczna kąta ostrego ABC przecina przyprostokątną AC trójkąta prostokątnego ABC w punkcie D .

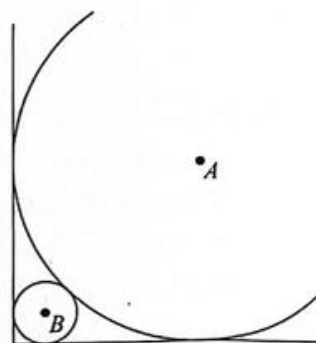
Udowodnij, że jeżeli $|AD| = |BD|$, to $|CD| = \frac{1}{2} \cdot |BD|$.

**Zadanie 21.20.** [matura, sierpień 2017, zadanie 29. (2 pkt)]

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\angle ACB| = 90^\circ$ i $|\angle ABC| = 60^\circ$. Niech D oznacza punkt wspólny wysokości poprowadzonej z wierzchołka C kąta prostego i przeciwprostokątnej AB tego trójkąta. Wykaż, że $|AD| : |BD| = 3 : 1$.

Zadanie 21.21. [matura, maj 2018, zadanie 29. (2 pkt)]

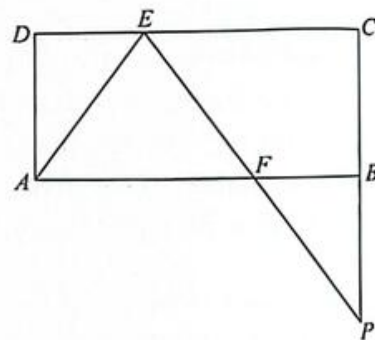
Okręgi o środkach odpowiednio A i B są styczne zewnętrznie i każdy z nich jest styczny do obu ramion danego kąta prostego (zobacz rysunek). Promień okręgu o środku A jest równy 2.



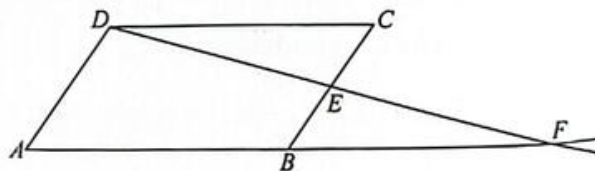
Uzasadnij, że promień okręgu o środku B jest mniejszy od $\sqrt{2} - 1$.

Zadanie 21.22. [matura, czerwiec 2018, zadanie 29. (2 pkt)]

Dany jest prostokąt $ABCD$. Na boku CD tego prostokąta wybrano taki punkt E , że $|EC| = 2|DE|$, a na boku AB wybrano taki punkt F , że $|BF| = |DE|$. Niech P oznacza punkt przecięcia prostej EF z prostą BC (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąty AED i FPB są przystające.

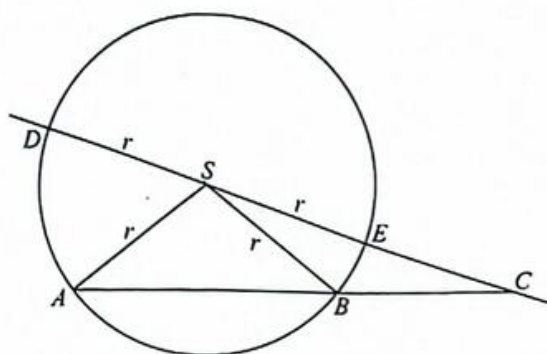
**Zadanie 21.23.** [matura, sierpień 2018, zadanie 28. (2 pkt)]

W równoległoboku $ABCD$ punkt E jest środkiem boku BC . Z wierzchołka D poprowadzono prostą przecinającą bok BC w punkcie E . Proste AB i DE przecinają się w punkcie F (zobacz rysunek). Wykaż, że punkt B jest środkiem odcinka AF .

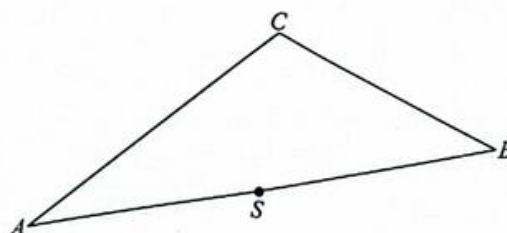


Zadanie 21.24. [matura, maj 2019, zadanie 29. (2 pkt)]

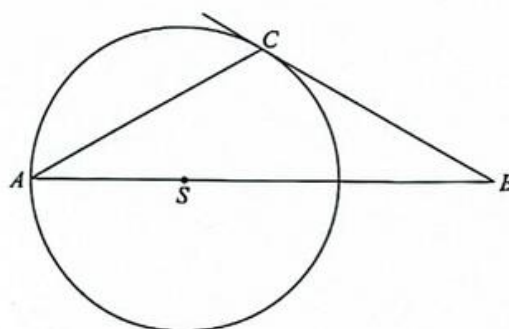
Dany jest okrąg o środku w punkcie S i promieniu r . Na przedłużeniu cięciwy AB poza punkt B odłożono odcinek BC równy promieniowi danego okręgu. Przez punkty C i S poprowadzono prostą. Prosta CS przecina dany okrąg w punktach D i E (zobacz rysunek). Wykaż, że jeżeli miara kąta ACS jest równa α , to miara kąta ASD jest równa 3α .

**Zadanie 21.25.** [matura, czerwiec 2019, zadanie 28. (2 pkt)]

Dany jest trójkąt ABC . Punkt S jest środkiem boku AB tego trójkąta (zobacz rysunek). Wykaż, że odległości punktów A i B od prostej CS są równe.

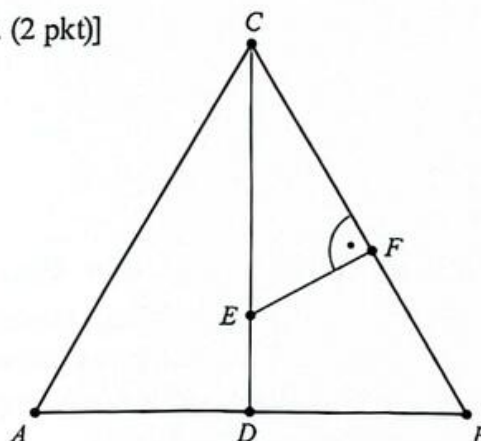
**Zadanie 21.26.** [matura, sierpień 2019, zadanie 29. (2 pkt)]

Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r , a środek S tego okręgu leży na boku AB trójkąta (zobacz rysunek). Prosta BC jest styczna do tego okręgu w punkcie C , a ponadto $|AC| = r\sqrt{3}$. Wykaż, że kąt ACB ma miarę 120° .

**Zadanie 21.27.** [matura, czerwiec 2020, zadanie 29. (2 pkt)]

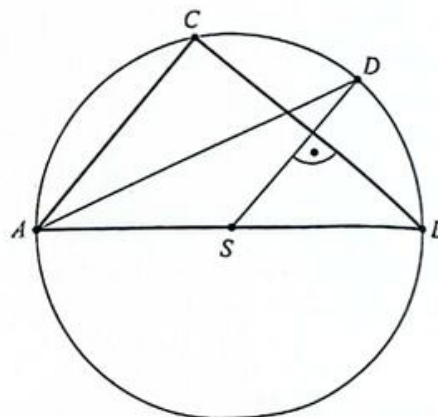
Trójkąt ABC jest równoboczny. Punkt E leży na wysokości CD tego trójkąta oraz $|CE| = \frac{3}{4}|CD|$. Punkt F leży na boku BC i odcinek EF jest prostopadły do BC (zobacz rysunek).

Wykaż, że $|CF| = \frac{9}{16}|CB|$.



Zadanie 21.28. [matura, lipiec 2020, zadanie 29. (2 pkt)]

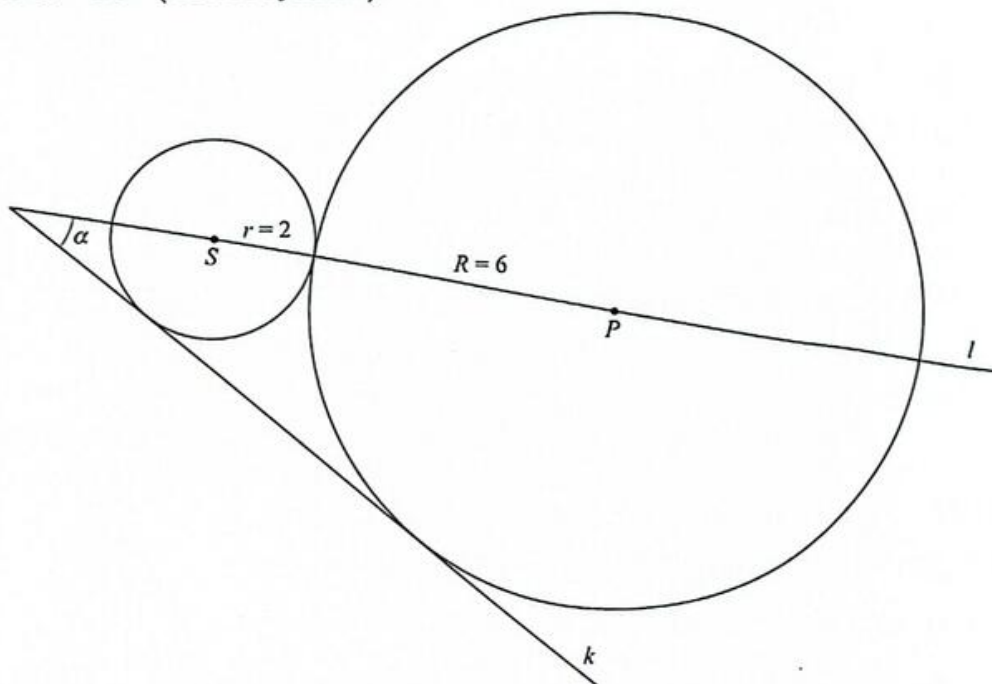
Bok AB jest średnicą, a punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC . Punkt D leży na tym okręgu, a odcinek SD zawarty jest w symetralnej boku BC trójkąta (zobacz rysunek).



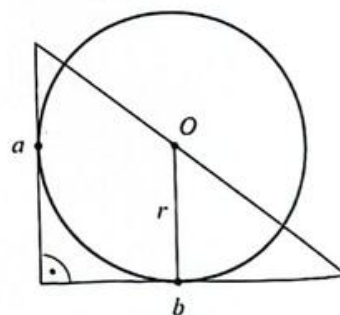
Wykaż, że odcinek AD jest zawarty w dwusiecznej kąta CAB .

Zadanie 21.29. [matura, wrzesień 2020, zadanie 29. (2 pkt)]

Dwa okręgi o promieniach $r = 2$ i $R = 6$ są styczne zewnętrznie i są styczne do wspólnej prostej k . Wykaż, że prosta l przechodząca przez środki S i P tych okręgów przecina prostą k pod kątem $\alpha = 30^\circ$ (zobacz rysunek).

**Zadanie 21.30.** [test diagnostyczny CKE, marzec 2021, zadanie 31. (2 pkt)]

Dany jest trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości a i b . Punkt O leży na przeciwprostokątnej tego trójkąta i jest środkiem okręgu stycznego do przyprostokątnych tego trójkąta (zobacz rysunek).



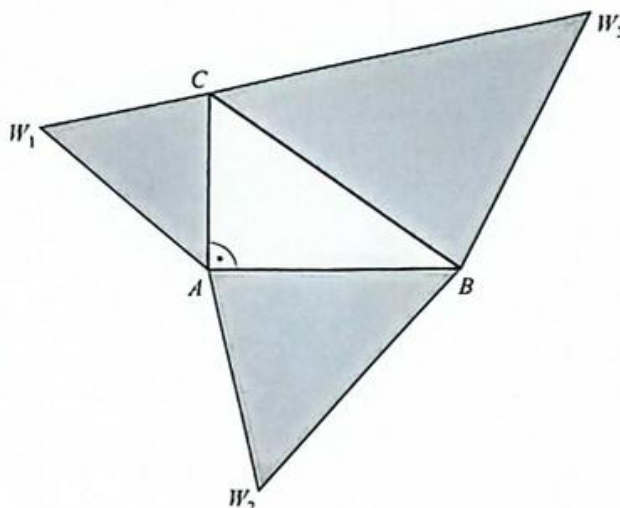
Wykaż, że promień r tego okręgu jest równy $\frac{ab}{a+b}$.

Zadanie 21.31. [informator maturalny CKE 2021, zadanie 35. (3 pkt)]

Na podstawie twierdzenia Pitagorasa można udowodnić bardziej ogólną własność niż ta, o której mówi samo to twierdzenie. Rozważmy trójkąt prostokątny ABC o kącie prostym przy wierzchołku A . Niech każdy z boków tego trójkąta: CA , AB , BC będzie podstawą trójkątów podobnych, odpowiednio: CAW_1 , ABW_2 , CBW_3 . Trójkąty te mają odpowiadające sobie kąty o równych miarach, odpowiednio przy wierzchołkach: W_1 , W_2 , W_3 .

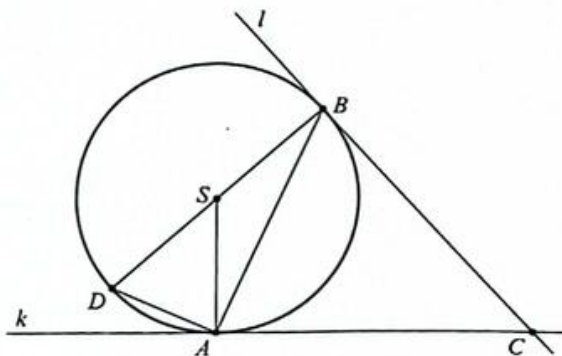
Pola trójkątów: CAW_1 , ABW_2 , CBW_3 oznaczmy odpowiednio jako P_1 , P_2 , P_3 .

Udowodnij, że: $P_3 = P_1 + P_2$

**Zadanie 21.32.** [informator maturalny CKE 2021, zadanie 37. (3 pkt)]

Trzy różne punkty A , B i D leżą na okręgu o środku w punkcie S . Odcinek BD jest średnicą tego okręgu. Styczne k i l do tego okręgu, odpowiednio w punktach A i B , przecinają się w punkcie C (zobacz rysunek poniżej).

Wykaż, że trójkąty ACB i ASD są podobne.



Aneks

Zestaw zadań z matury dodatkowej na poziomie podstawowym (czerwiec 2022) zapisane w stylu zadań przewidywanych w sesji egzaminacyjnej od 2023 roku.

To nie jest arkusz egzaminacyjny w myśl Informatora maturalnego. Celowo nie jest też podana punktacja do zadań. Celem tego materiału jest pokazanie typów zadań, które mogą pojawić się już od 2023 roku.

Zadanie 1.

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Liczba $\sqrt{128} : \sqrt[3]{64}$ jest równa

- A. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$
E. $4\sqrt{2}$ F. $\sqrt[4]{64}$ G. $\sqrt[3]{2}$

Zadanie 2.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\frac{2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 4^0}{2^{-1} \cdot 3^{-4} \cdot 4^{-1}}$ jest równa

- A. 1 B. 3 C. 24 D. 48

Zadanie 3.

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

Liczba dwukrotnie większa od $\log 3 + \log 2$ jest równa

- A. $\log 12$ B. $\log 36$ C. $\log 10$ D. $\log 25$

Liczba trzykrotnie większa od $\log_2 15 - \log_2 3$ jest równa

- E. $\log_2 125$ F. $\log_2 15$ G. $\log_6 5$ H. $\log_6 15$

Zadanie 4.

30% liczby x jest o 2730 mniejsze od liczby x .

Oblicz wartość liczby x .

Zapisz obliczenia.

Zadanie 5.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $5 - (4 + 2a)(4 - 2a)$ jest równe

- A. $-4a^2 - 16a - 11$ B. $4a^2 - 11$ C. $-4a^2 - 11$ D. $-4a^2 + 16a - 11$

Zadanie 6.

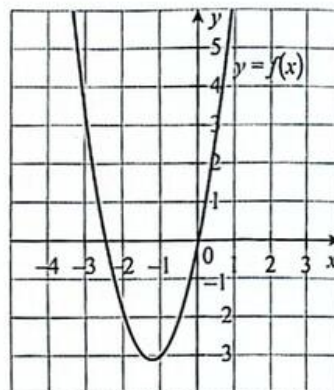
Rozważmy nierówność $x^4 - 3x^3 + 3 < 0$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba 2 spełnia nierówność $x^4 - 3x^3 + 3 < 0$.	P	F
2.	Liczba (-1) nie spełnia nierówności $x^4 - 3x^3 + 3 < 0$.	P	F

Informacja do zadań 7. i 8.

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = 2x^2 + 5x$.

**Zadanie 7.**

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Oś symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x = -\frac{5}{4}$

B. $x = \frac{5}{4}$

C. $y = -\frac{5}{4}$

D. $y = -\frac{25}{16}$

Zadanie 8.

Funkcja kwadratowa g jest określona wzorem $g(x) = 2x^2 - 5x$.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres funkcji g jest

A. symetryczny do wykresu funkcji f względem osi Ox .

B. symetryczny do wykresu funkcji f względem osi Oy .

C. symetryczny do wykresu funkcji f względem początku układu współrzędnych.

D. przesunięty względem wykresu funkcji f o 10 jednostek w kierunku przeciwnym do zwrotu osi Ox .

Zadanie 9.

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = (x^2 - 27)(x^2 + 16)$.

Wybierz zdanie prawdziwe A albo B oraz zdanie 1., 2. albo 3 uzasadniające takie stwierdzenie.

A.	Rozwiązaniami równania $f(x) = 0$ są liczby: $3\sqrt{3}$, $-3\sqrt{3}$	1.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 27)(x^2 + 16) = 0 \Leftrightarrow (x - 3\sqrt{3})(x + 3\sqrt{3})(x + 4)(x - 4) = 0$
B.	Rozwiązaniami równania $f(x) = 0$ są liczby: $3\sqrt{3}$, $-3\sqrt{3}$, 4 , -4	2.	$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 27)(x^2 + 16) = 0 \Leftrightarrow (x - 3\sqrt{3})(x + 3\sqrt{3}) = 0$
		3.	Wielomian czwartego stopnia ma cztery pierwiastki.

Zadanie 10.

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{4}{x} - 4$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $f(2) - f(-2)$ jest równa

A. (-8)

B. (-4)

C. 4

D. 0

Zadanie 11.

Punkt $M = (3, -2)$ należy do wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = 5x + b - 4$.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wynika stąd, że b jest równe

A. (-17)

B. (-13)

C. 13

D. 17

Zadanie 12.

Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = -2(x - 1)^2 + 3$.

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

Funkcja f jest rosnąca w przedziale

A. $(-\infty, 1]$

B. $[-2, +\infty)$

C. $(-\infty, 3]$

D. $[1, +\infty)$

Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

E. $(-\infty, -3]$

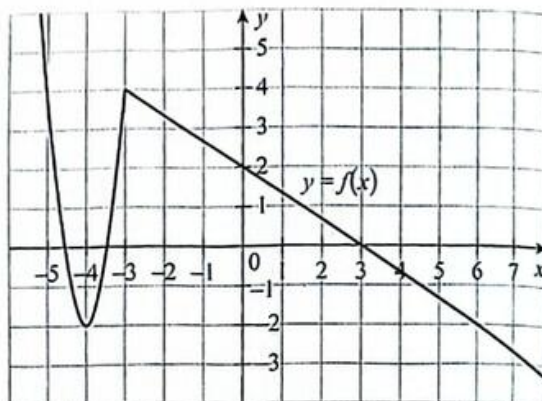
F. $[3, +\infty)$

G. $[-3, +\infty)$

H. $(-\infty, 3]$

Zadanie 13.

Na rysunku jest przedstawiony fragment wykresu funkcji $y = f(x)$.



Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

W przedziale $(-4, 6)$ równanie $f(x) = -1$

- A. nie ma rozwiązań.
 B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.
 C. ma dokładnie dwa rozwiązania.
 D. ma dokładnie trzy rozwiązania.

Zadanie 14.

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{n-2}{2n^2}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$.

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–C oraz odpowiedź spośród D–F.

Piąty wyraz ciągu (a_n) jest równy

- A. $-\frac{1}{10}$ B. $\frac{3}{50}$ C. $\frac{3}{100}$

Wyraz a_k ciągu (a_n) jest równy $\frac{5}{144}$ dla

- D. $k = 14$ E. $k = 12$ F. $k = 10$

Zadanie 15.

Ciąg (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 2 oraz $a_8 = 48$.

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Czwarty wyraz ciągu (a_n) jest równy 40.	P	F
2.	Suma pięciu początkowych wyrazów ciągu (a_n) jest równa 190.	P	F
3.	W ciągu (a_n) zachodzi równość: $a_{17} + a_{13} = a_5 + a_{25}$	P	F

Zadanie 16.

Kąt α jest ostry i $\sin \alpha = \frac{2}{3}$.

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Wtedy

- A. $\operatorname{tg} \alpha = 1,5$ B. $\sin(90^\circ - \alpha) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ C. $\cos^2(90^\circ - \alpha) = \frac{4}{9}$
 D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{9}$ E. $\operatorname{tg}^2 \alpha = 2,25$ F. $\sin \alpha + \cos^2 \alpha = 0,6$

Zadanie 17.

Na trójkącie ostrokątnym ABC opisano okrąg o środku O . Miara kąta ABC jest równa 65° . Wybierz zdanie prawdziwe A, B albo C oraz zdanie 1., 2. albo 3 uzasadniające takie stwierdzenie.

A.	Miara kąta ACO jest równa 25° .	1.	Kąt AOC jest środkowy, $ \sphericalangle AOC = 120^\circ$ a trójkąt AOC jest równoramienny.
B.	Miara kąta ACO jest równa 30° .	2.	Kąty AOC i ABC są oparte na tym samym łuku $ \sphericalangle AOC = 180^\circ - 65^\circ$ a trójkąt AOC jest równoramienny.
C.	Miara kąta ACO jest równa $57,5^\circ$.	3.	Kąty AOC i ABC są oparte na tym samym łuku, $ \sphericalangle AOC = 130^\circ$ a trójkąt AOC jest równoramienny.

Zadanie 18.

Trójkąt ABC jest prostokątny. Odcinek AD jest wysokością tego trójkąta poprowadzoną z wierzchołka A na przeciwprostokątną BC .

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	$\frac{ AD }{ DB } = \frac{ AC }{ AB }$	P	F
2.	$ AD ^2 = CD \cdot BD $	P	F

Zadanie 19.

Dany jest romb o obwodzie 20 i kącie rozwartym 120° .

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–D oraz odpowiedź spośród E–H.

Pole rombu jest równe

A. $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{25}{2}$ D. $\frac{25\sqrt{3}}{4}$

Dłuższa przekątna rombu ma długość

E. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ F. $5\sqrt{3}$ G. 5 H. $10\sqrt{3}$

Zadanie 20.

W trójkącie miary kątów są równe: α , 4α , $\alpha + 30^\circ$.

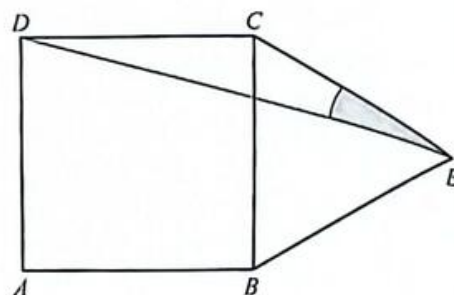
Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara największego kąta tego trójkąta jest równa

A. 55° B. 90° C. 100° D. 120°

Zadanie 21.

Na boku BC kwadratu $ABCD$ (na zewnątrz) zbudowano trójkąt równoboczny BEC (zobacz rysunek).



Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Miara kąta DEC jest równa

- A. 10° B. 15°
C. 20° D. 30°

Zadanie 22.

Dane są proste k i l opisane równaniami: $k: y = -\frac{5}{4}x - 2$ oraz $l: y = \frac{4}{2m-1}x + 1$.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k i l są prostopadłe, gdy

- A. $m = \frac{21}{10}$ B. $m = -\frac{11}{10}$ C. $m = -2$ D. $m = 3$

Zadanie 23.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste o równaniach $y = -3x + \frac{1}{3}$ oraz $y = \frac{1}{3}x - 3$ przecinają się

- A. w pierwszej ćwiartce układu współrzędnych.
B. w drugiej ćwiartce układu współrzędnych.
C. w trzeciej ćwiartce układu współrzędnych.
D. w czwartej ćwiartce układu współrzędnych.

Zadanie 24.

Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa jest równa 42.

Dokończ zdania. Zaznacz odpowiedź spośród A–C oraz odpowiedź spośród D–F.

Liczba wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa jest równa

- A. 14 B. 16 C. 28

Liczba ścian bocznych tego graniastosłupa jest równa

- D. 28 E. 16 F. 14

Zadanie 25.

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym wszystkie krawędzie mają długość 8.

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe

- A. $192 + 32\sqrt{3}$ B. $64\sqrt{3}$ C. $32\sqrt{3}$
D. $128 + 16(\sqrt{3} + 1)^2$ E. $16\sqrt{12}$ F. $32(\sqrt{3} + 1)^2 - 128$

Zadanie 26.

Rozważamy wszystkie liczby naturalne czterocyfrowe, których suma cyfr jest równa 3.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich takich liczb jest

A. 7

B. 9

C. 10

D. 13

Zadanie 26. Wersja 2.

Oblicz, ile jest liczb naturalnych czterocyfrowych, których suma cyfr, w zapisie dziesiętnym, jest równa 3.

Zapisz obliczenia.

Zadanie 27.

W pudełku są tylko kule białe, czarne i zielone. Kul białych jest dwa razy więcej niż czarnych, a czarnych jest trzy razy więcej niż zielonych. Z pudełka losujemy jedną kulę.

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej jest równe

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{3}{5}$

Zadanie 28.

W pewnej grupie uczniów przeprowadzono ankietę na temat liczby odsłuchanych audiobooków w lutym 2022 roku. Wyniki ankiety przedstawiono w tabeli.

Liczba odsłuchanych audiobooków	0	1	2	3	4	7
Liczba uczniów	9	5	3	4	1	3

Dokończ zadanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Mediana liczby odsłuchanych audiobooków w tej grupie uczniów jest równa

A. 1

B. 1,5

C. 2

D. 3

Zadanie 29.

Rozwiąż nierówność $-3x^2 + 8 \geq 10x$.

Zadanie 30.

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej y takich, że $x \neq y$, prawdziwa jest nierówność

$$\left(\frac{1}{5}x + \frac{4}{5}y\right)^2 < \frac{x^2 + 4y^2}{5}$$

Zadanie 31.

Funkcja kwadratowa f ma dokładnie jedno miejsce zerowe równe 2. Ponadto $f(0) = 8$.

Dokończ zdanie. Zaznacz dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.

Funkcję f opisuje wzór:

A. $f(x) = 2(x - 2)^2$ B. $f(x) = 2(x + 2)^2$ C. $f(x) = -2(x - 2)^2$

D. $f(x) = x^2 - 4x + 4$ E. $f(x) = -x^2 + 4x + 8$ F. $f(x) = 2x^2 - 8x + 8$

Zadanie 32.

Trójwyrazowy ciąg $(x, 3x + 2, 9x + 16)$ jest geometryczny.

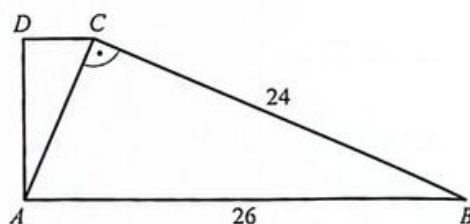
Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Pierwszy wyraz tego ciągu jest równy (-1) .	P	F
2.	Kolejne wyrazy tego ciągu to: 1, 5, 25.	P	F

Zadanie 33.

Dany jest trapez prostokątny $ABCD$. Podstawa AB tego trapezu jest równa 26, a ramię BC ma długość 24. Przekątna AC tego trapezu jest prostopadła do ramienia BC (zobacz rysunek).

Wybierz zdanie prawdziwe A albo B oraz zdanie 1., 2. albo 3 uzasadniające takie stwierdzenie.



A.	Ramię AD ma długość $9\frac{3}{13}$	ponieważ	1.	wynika to z własności przekątnych trapezu prostokątnego
B.	Odcinek AC ma długość 10		2.	wynika to z twierdzenia Talesa
			3.	wynika to z podobieństwa trójkątów ACB i ADC

Zadanie 34.

Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych większych od 53 losujemy jedną liczbę. Niech A oznacza zdarzenie polegające na wylosowaniu liczby podzielnej przez 7.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A .

Zapisz obliczenia.

Zadanie 35.

Punkt $A = (1, -3)$ jest wierzchołkiem trójkąta ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Punkt $S = (5, -1)$ jest środkiem odcinka AB .

Wierzchołek C tego trójkąta leży na prostej o równaniu $y = x + 10$.

Oblicz współrzędne wierzchołków B i C tego trójkąta.

Zapisz obliczenia.